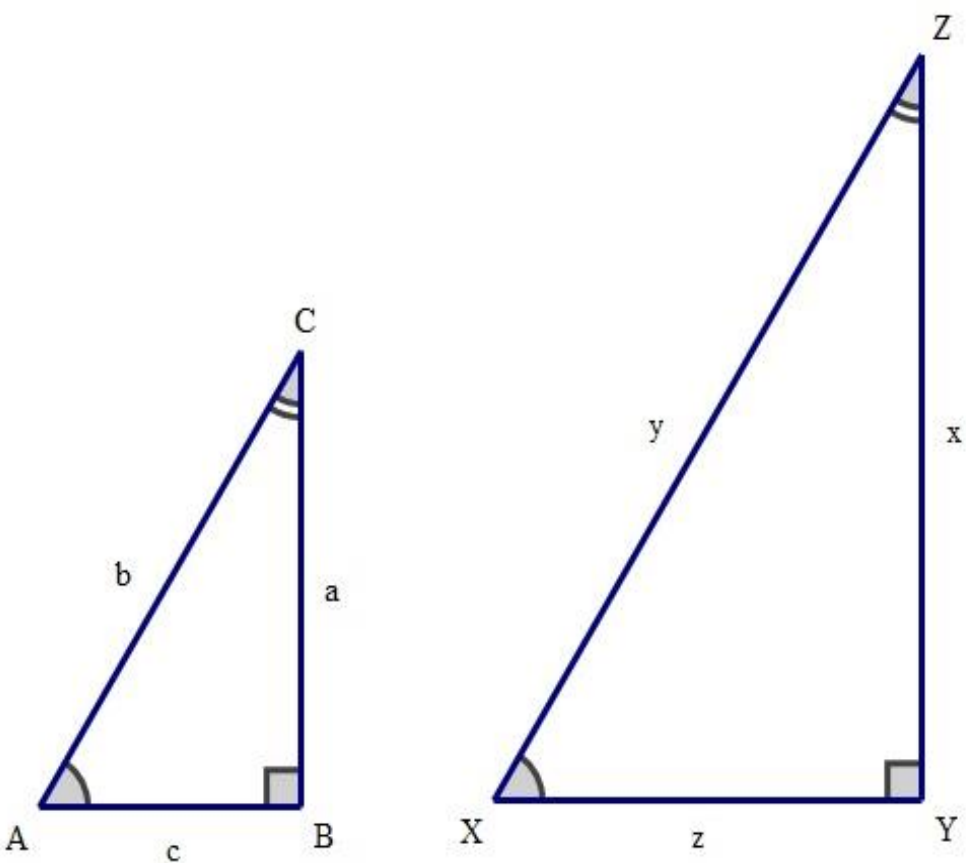


กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่คล้ายกันและมีความยาวของด้านต่างๆ ดังรูป



ต้องการพิสูจน์ $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, $\frac{c}{b} = \frac{z}{y}$, และ $\frac{a}{c} = \frac{x}{z}$

พิสูจน์ เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

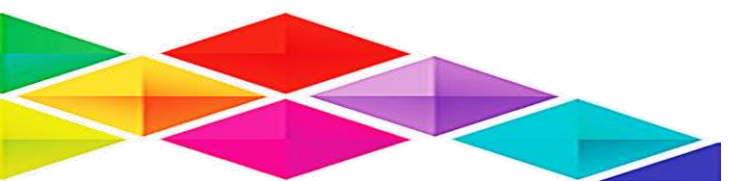
จะได้ $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ สมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย

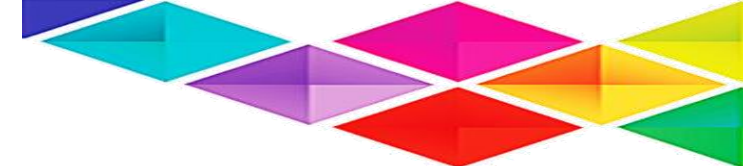
$ay = xb$ การคูณไขว้

$ay = bx$ สมบัติของสลับที่สำหรับการคูณ

ดังนั้น $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ การคูณไขว้

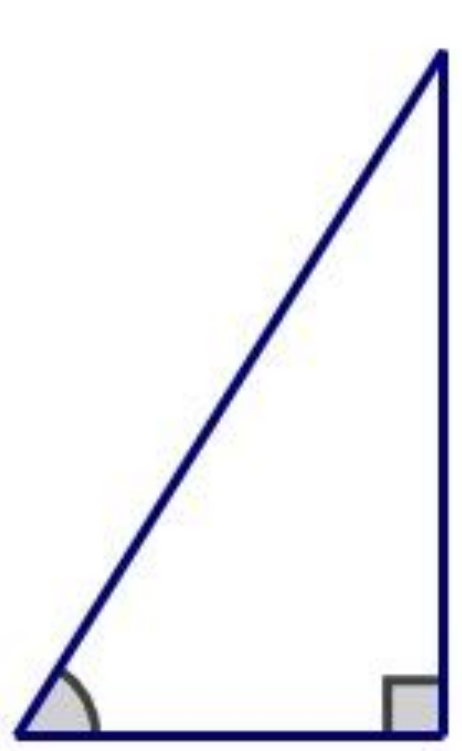
เป็นจริง



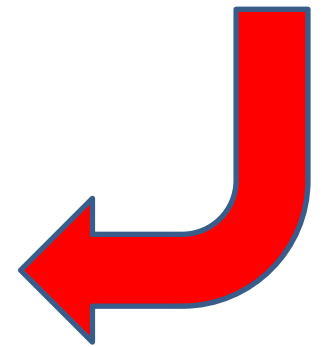


บทนิยาม

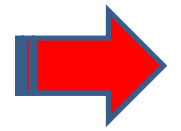
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลม



A



ไซน์ของมุม A



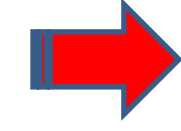
$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

โคไซน์ของมุม A

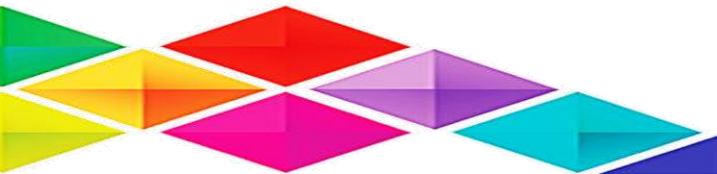


$$\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

แทนเจนต์ของมุม A



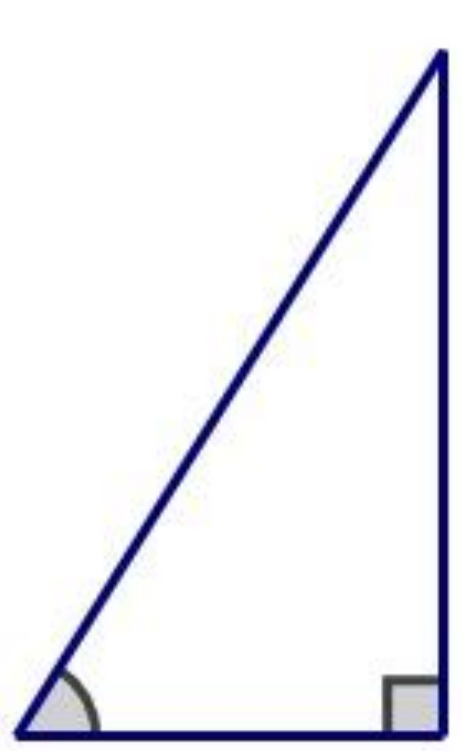
$$\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$



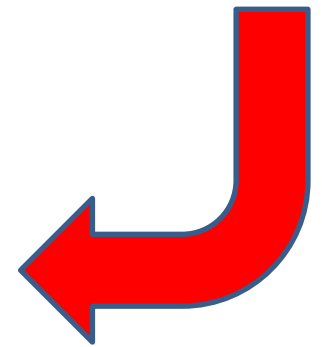


บทนิยาม

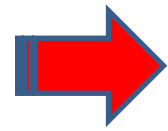
สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม A เป็นมุมแหลม



A

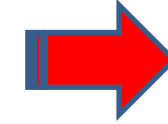


sin A



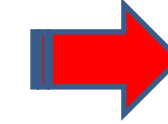
ข้าม
—
ฉาก

cos A

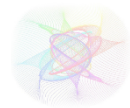
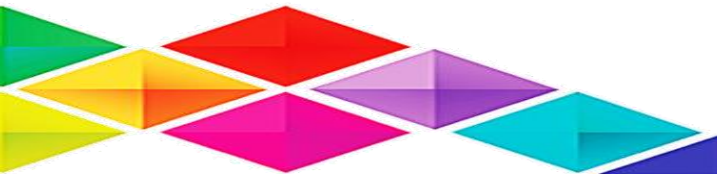


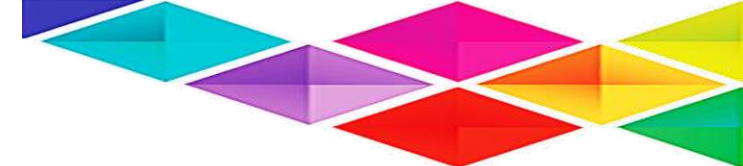
ชิด
—
ฉาก

tan A

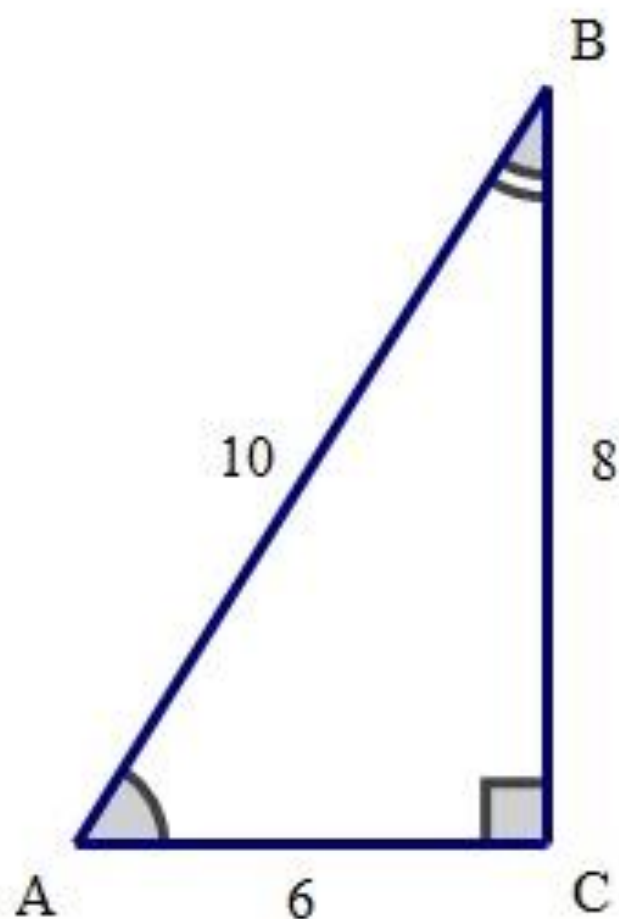


ข้าม
—
ชิด





ตัวอย่างที่ 1 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่กำหนดให้ จงหาค่าของ sin A, cos A, tan A, sin B, cos B และ tan B



วิธีทำ

$$\sin A = \frac{8}{10}$$

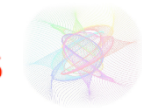
$$\sin B = \frac{6}{10}$$

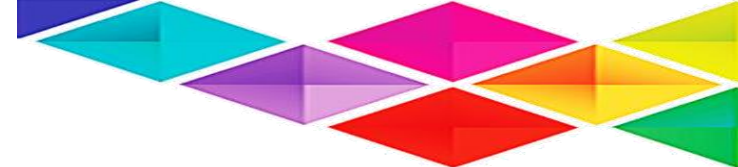
$$\cos A = \frac{6}{10}$$

$$\cos B = \frac{8}{10}$$

$$\tan A = \frac{8}{6}$$

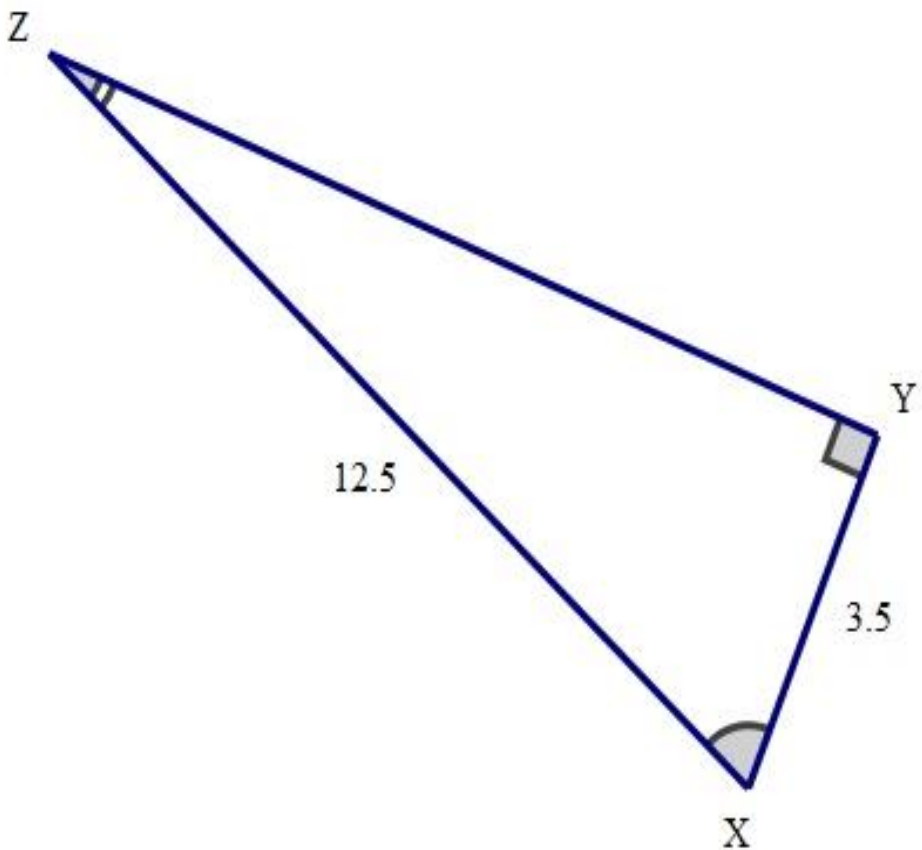
$$\tan B = \frac{6}{8}$$





ตัวอย่างที่ 2 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ ที่กำหนดให้ จงหาค่าของ sin X

$$C^2 = A^2 + B^2$$



วิธีทำ

โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$\begin{aligned} xz^2 &= 12.5^2 - 3.5^2 \\ &= 144 \end{aligned}$$

ดังนั้น

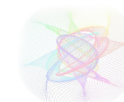
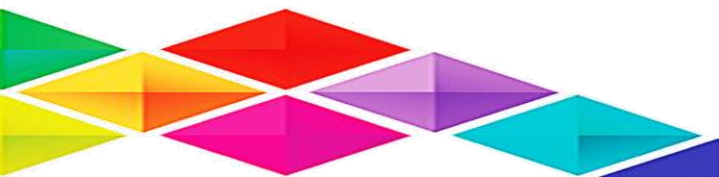
$$YZ = 12$$

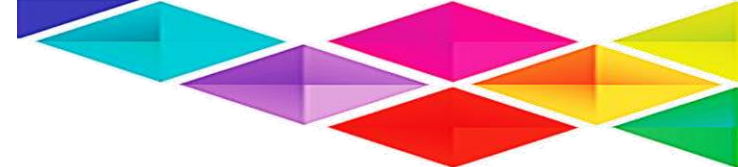
เนื่องจาก

$$\sin x = \frac{YZ}{ZX}$$

เพราะฉะนั้น

$$\sin x = \frac{12}{12.5} = \frac{24}{25}$$



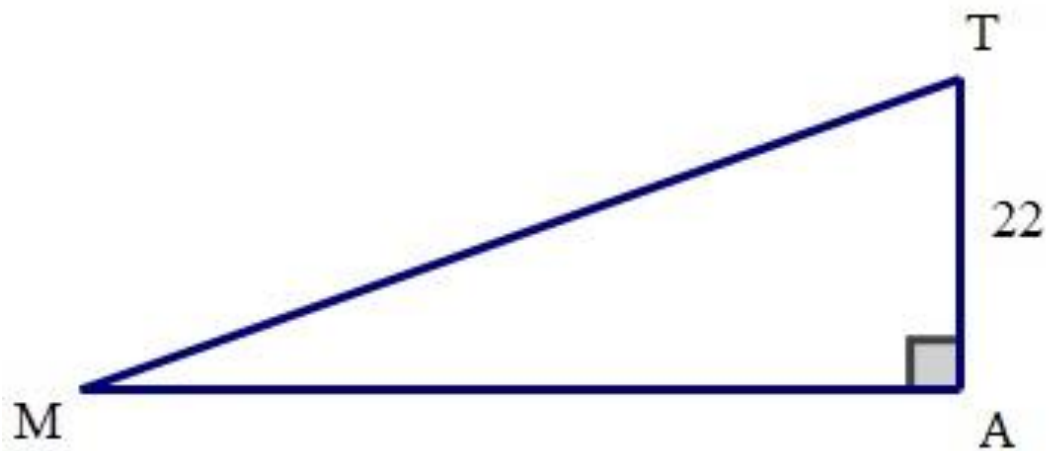


ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $\triangle MAT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากที่มีมุม A เป็นมุมฉาก $AT = 22$ หน่วย

และ $\cos T = \frac{11}{61}$ จงหาความยาว \overline{TM}

วิธีทำ

จากโจทย์อาจเขียน $\triangle MAT$ ได้ดังรูป

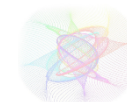
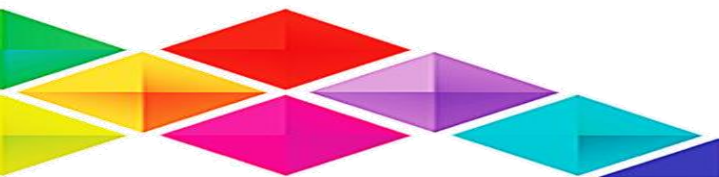


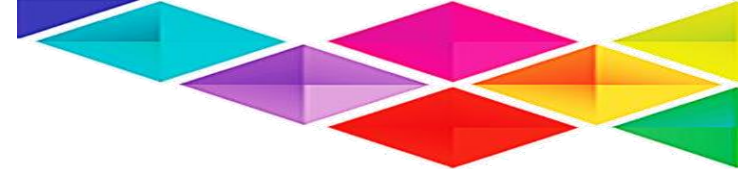
จากรูป จะได้ $\cos T = \frac{AT}{TM}$

เนื่องจาก $\cos T = \frac{11}{61}$ และ $AT = 22$

$$\text{จะได้} \quad \frac{22}{TM} = \frac{11}{61}$$

ดังนั้น $TM = 122$





ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $\triangle NAT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม A เป็นมุมฉาก พื้นที่ 60 ตารางหน่วย และ \overline{NA} ยาว 12 หน่วย ดังรูป จงหาค่าของ $\tan T$

วิธีทำ

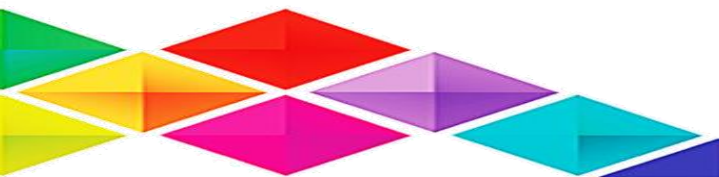
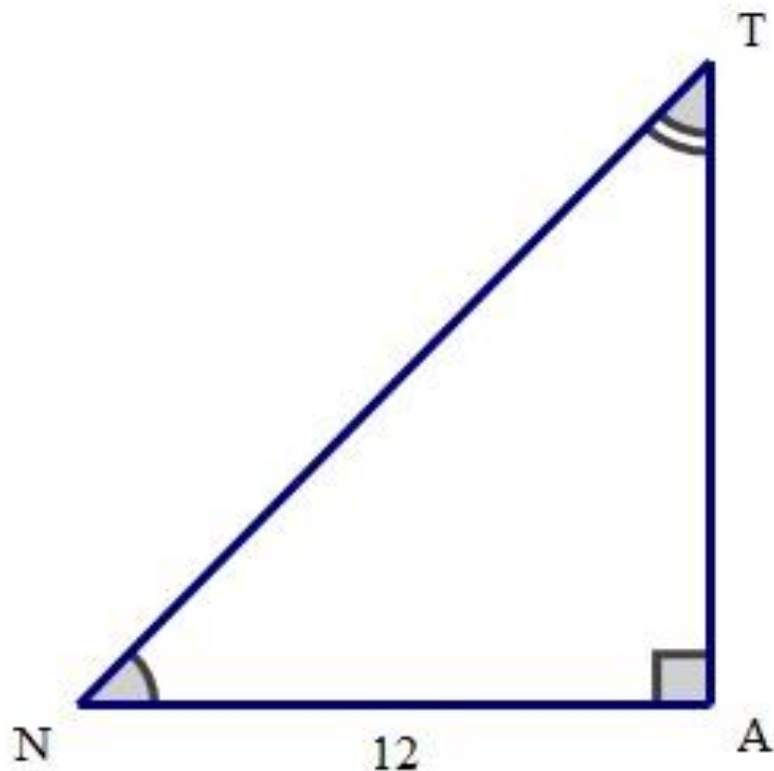
เนื่องจาก $\triangle NAT$ มีพื้นที่ 60 ตารางหน่วย

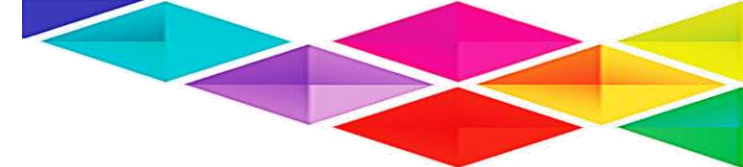
จะได้
$$60 = \frac{1}{2} \times 12 \times AT$$

นั่นคือ
$$AT = 10$$

เนื่องจาก
$$\tan T = \frac{NA}{AT}$$

เนื่องจาก
$$\tan T = \frac{12}{10}$$





จบตอนที่ 2

การคำนวณหาค่า sin cos และ tan

โดย อาจารย์โกมินทร์ บุญชู (อ.ดล)
โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

