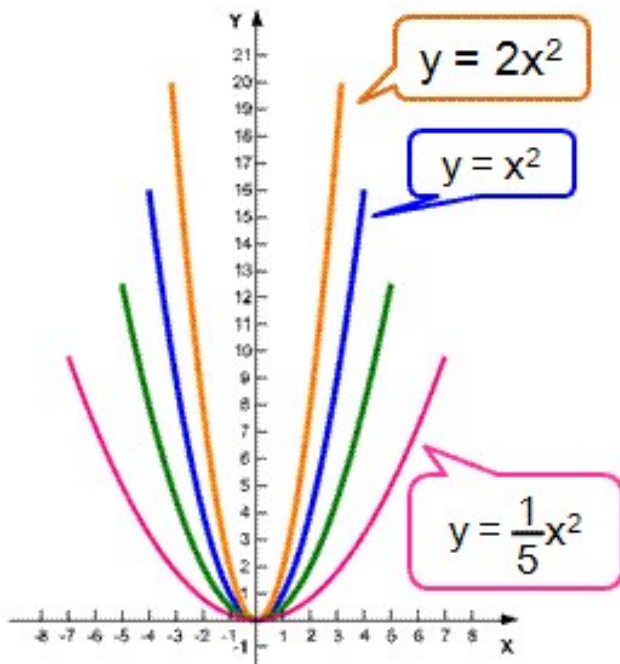




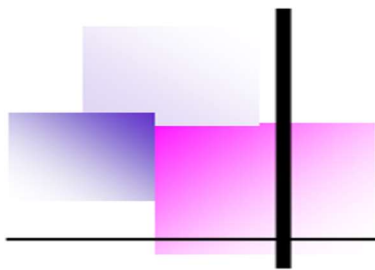
เอกสารประกอบสื่อวีดิทัศน์ คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



เนื้อหา
ฟังก์ชันกำลังสอง

ภายใต้โครงการสนับสนุนสื่อวีดิทัศน์ประกอบการเรียนการสอน
เพื่อแก้ไขปัญหาขาดแคลนครูให้กับโรงเรียนขนาดเล็ก (ประจำปีงบประมาณ 2564)

จัดทำโดย
โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร



คำนำ

โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร ได้จัดทำเอกสารประกอบการใช้วีดิทัศน์การสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ภายใต้โครงการสนับสนุนสื่อวีดิทัศน์ประกอบการเรียนการสอน เพื่อแก้ไขปัญหาขาดแคลนครูให้กับโรงเรียนขนาดเล็ก ซึ่งได้นำเสนอการสอนคณิตศาสตร์ใน 5 เนื้อหา ดังนี้

1. ตรีโกณมิติ
2. ความน่าจะเป็น
3. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ
5. ฟังก์ชันกำลังสอง

โดยเอกสารชุดนี้เป็นชุดที่ 5 เนื้อหาฟังก์ชันกำลังสอง ประกอบไปด้วย ขอบเขตของเนื้อหา แบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน เพื่อใช้ในการวัดและประเมินผลด้านความรู้ของผู้เรียน เอกสารพาวเวอร์พอยท์ (PPT) ซึ่งเป็นเอกสารชุดเดียวกับที่ปรากฏในวีดิทัศน์

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะเกิดประโยชน์ต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา เพื่อใช้ในการต่อยอดการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น หรือเป็นแนวทางในการทำข้อสอบวัดความรู้ในระดับต่างๆ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์จिरพงศ์ พวงมาลัย (ผู้จัดทำ)
และคณาจารย์โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร
มกราคม 2564

คู่มือการใช้สื่อวีดิทัศน์

1. เนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง
2. ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต
4. มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

5. ขอบเขตเนื้อหาในคลิปการสอน

- 5.1 ฟังก์ชัน (function) คือ ความสัมพันธ์ของปริมาณ x และปริมาณ y โดยที่ ปริมาณ x แต่ละค่า จะมีปริมาณ y ที่สอดคล้องกันเพียงค่าเดียว
ฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x)=mx+b$ เมื่อ m และ b เป็นค่าคงตัว
ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$
- 5.2 ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$
 - กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=h$ เป็นแกนสมมาตร
 - ถ้า $a>0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
 ถ้า $a<0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคง ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
 - ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
 ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ
 - จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด (h, k)
 - ถ้า $h>0$ และ $k>0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
 ถ้า $h>0$ และ $k<0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย
 ถ้า $h<0$ และ $k>0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
 ถ้า $h<0$ และ $k<0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ คือ $h = -\frac{b}{2a}$ และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

5.3 โจทย์ปัญหา 3 ระดับ

โจทย์ประยุกต์ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูปมาตรฐาน

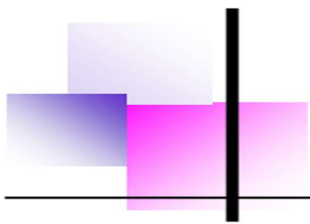
$y = a(x - h)^2 + k$ กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ คือ $h = -\frac{b}{2a}$

และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

โจทย์ประยุกต์กับชีวิตจริง

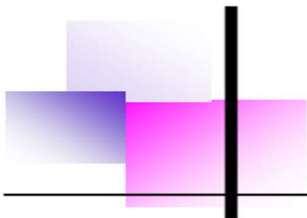
6. การวัดและประเมินผล

แบบทดสอบก่อนเรียน / แบบทดสอบหลังเรียน จำนวน 20 ข้อ พร้อมเฉลย



แบบทดสอบก่อนเรียน /หลังเรียน

เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง



แบบทดสอบก่อนเรียน / แบบทดสอบหลังเรียน

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

1. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

ก. $y = 3x - 6$

ข. $y = x^2(2x - 1)$

ค. $y = 2x^2 - x + 3$

ง. $y = 3x^2(5 - 2x^2)$

- สมการต่อไป่นี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 2-4

$$y = -x^2 + 6x - 5$$

2. จุดยอดของกราฟคือข้อใด

ก. $(-3, -4)$

ข. $(3, -4)$

ค. $(-3, 4)$

ง. $(3, 4)$

3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. ค่าสูงสุดของกราฟ y คือ -4

ข. ค่าสูงสุดของกราฟ y คือ 4

ค. ค่าต่ำสุดของกราฟ y คือ -4

ง. ค่าต่ำสุดของกราฟ y คือ 4

4. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

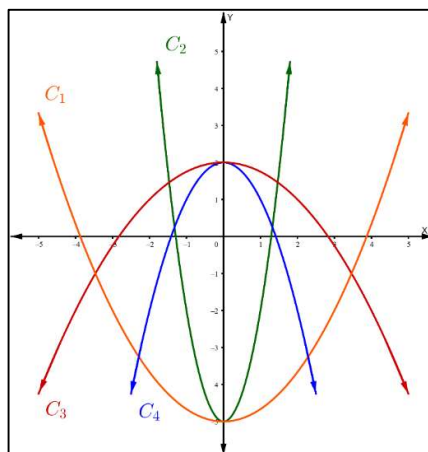
ก. แกนสมมาตร คือ $y = -4$

ข. แกนสมมาตร คือ $y = 4$

ค. แกนสมมาตร คือ $x = -3$

ง. แกนสมมาตร คือ $x = 3$

- รูปต่อไปนี้เป็นใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 5-8



5. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = 3x^2 - 5$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ข. $y = -x^2 + 2$

ง. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

6. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = 3x^2 - 5$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ข. $y = -x^2 + 2$

ง. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

7. กราฟ C_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = 3x^2 - 5$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ข. $y = -x^2 + 2$

ง. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

8. กราฟ C_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

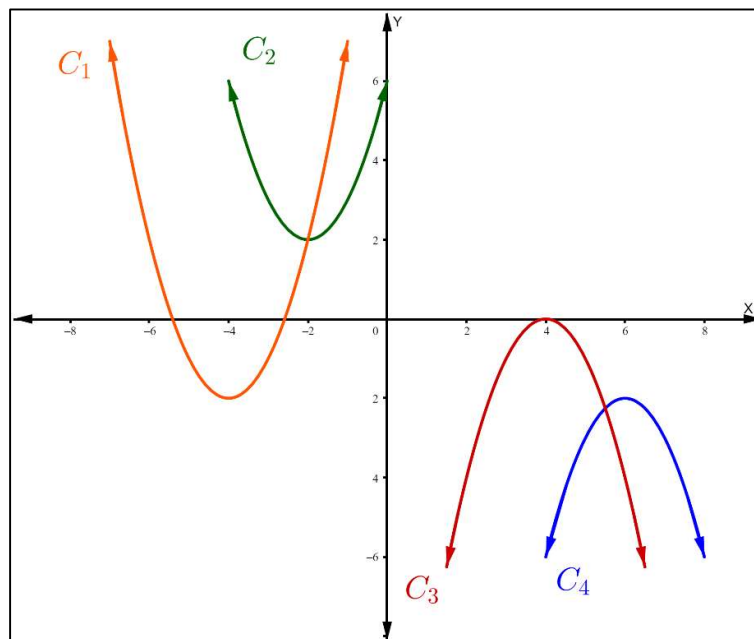
ก. $y = 3x^2 - 5$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ข. $y = -x^2 + 2$

ง. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

รูปต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 9-12



9. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ค. $y = (x + 2)^2 + 2$

ข. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

10. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ค. $y = (x + 2)^2 + 2$

ข. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

11. กราฟ C_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ค. $y = (x + 2)^2 + 2$

ข. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

12. กราฟ C_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

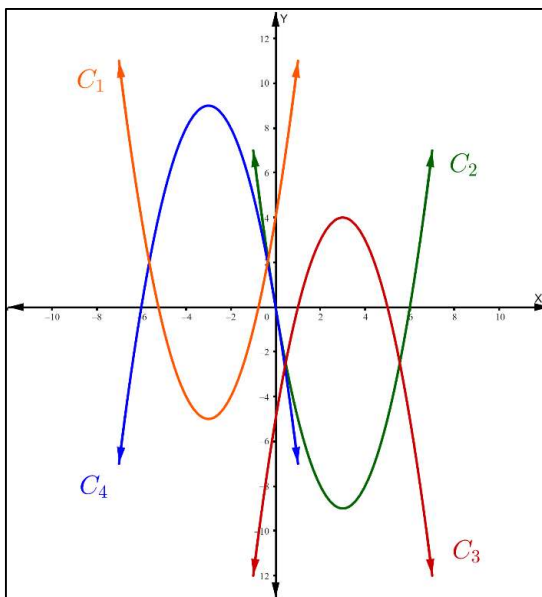
ก. $y = -(x - 4)^2$

ค. $y = (x + 2)^2 + 2$

ข. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

รูปต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 13-16



13. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = x^2 + 6x + 4$

ค. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ง. $y = -x^2 - 6x$

14. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = x^2 + 6x + 4$

ค. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ง. $y = -x^2 - 6x$

15. กราฟ c_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้
- | | |
|------------------------|--------------------|
| ก. $y = x^2 + 6x + 4$ | ข. $y = x^2 - 6x$ |
| ค. $y = -x^2 + 6x - 5$ | ง. $y = -x^2 - 6x$ |
16. กราฟ c_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้
- | | |
|------------------------|--------------------|
| ก. $y = x^2 + 6x + 4$ | ข. $y = x^2 - 6x$ |
| ค. $y = -x^2 + 6x - 5$ | ง. $y = -x^2 - 6x$ |
17. ข้อใดคือฟังก์ชันกำลังสองที่คล้องกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีเส้นรอบรูปเป็น 80 เมตร
- | | |
|--------------------|---------------------|
| ก. $y = x(40 - x)$ | ข. $y = x(40 - 2x)$ |
| ค. $y = x(80 - x)$ | ง. $y = x(80 - 2x)$ |
18. จากข้อ 17 พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมากที่สุดกี่ตารางเมตร
- | | | | |
|--------|--------|--------|----------|
| ก. 200 | ข. 400 | ค. 800 | ง. 1,600 |
|--------|--------|--------|----------|
19. ต้นต้องการล้อมรั้วที่ดินที่อยู่ติดคลองให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยล้อมเพียงสามด้าน และด้านที่อยู่ติดคลองจะไม่มีรั้วกัน ถ้าที่ดินมีวิสัยสำหรับทำรั้วได้ยาว 200 เมตร และอยากให้ได้พื้นที่ภายในรั้วมากที่สุด จงหาว่าที่ดินที่ดินที่ต้นล้อมรั้วได้มีพื้นที่เท่าไร
- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ก. 4,500 | ข. 5,000 | ค. 5,500 | ง. 6,000 |
|----------|----------|----------|----------|
20. จากข้อ 19 ด้านที่ยาวที่สุดของพื้นที่ดังกล่าวยาวกี่เมตร
- | | | | |
|-------|-------|--------|--------|
| ก. 50 | ข. 75 | ค. 100 | ง. 150 |
|-------|-------|--------|--------|

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

1. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

ก. $y = (3x - 6)^2$

ข. $y = x(2x - 1)$

ค. $y = 2x^2 - x + 3$

ง. $y = 3x^2(5 - 2x^2)$

- สมการต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 2-4

$$y = 3x^2 + 6x + 2$$

2. จุดยอดของกราฟคือข้อใด

ก. $(-1, 1)$

ข. $(1, 1)$

ค. $(-1, -1)$

ง. $(1, -1)$

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ค่าสูงสุดของกราฟ y คือ -1

ข. ค่าสูงสุดของกราฟ y คือ 1

ค. ค่าต่ำสุดของกราฟ y คือ 1

ง. ค่าต่ำสุดของกราฟ y คือ -1

4. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

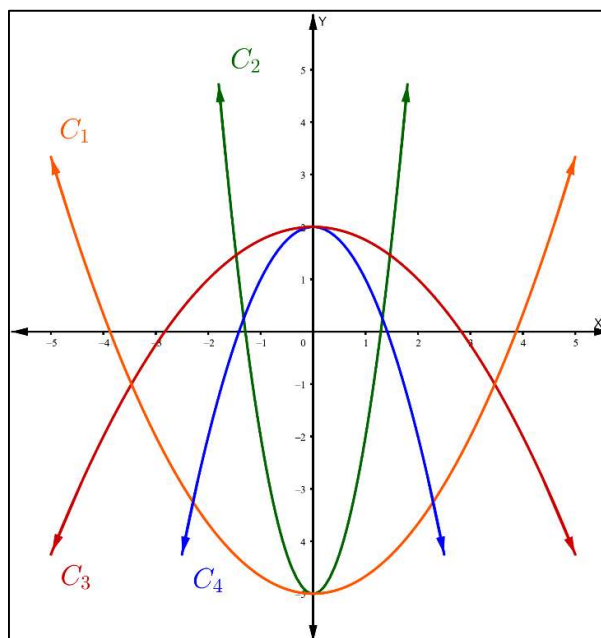
ก. แกนสมมาตร คือ $y = 1$

ข. แกนสมมาตร คือ $y = -1$

ค. แกนสมมาตร คือ $x = -1$

ง. แกนสมมาตร คือ $x = 1$

- รูปต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 5-8



5. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

ข. $y = -x^2 + 2$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ง. $y = 3x^2 - 5$

6. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

ข. $y = -x^2 + 2$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ง. $y = 3x^2 - 5$

7. กราฟ C_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

ข. $y = -x^2 + 2$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ง. $y = 3x^2 - 5$

8. กราฟ C_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

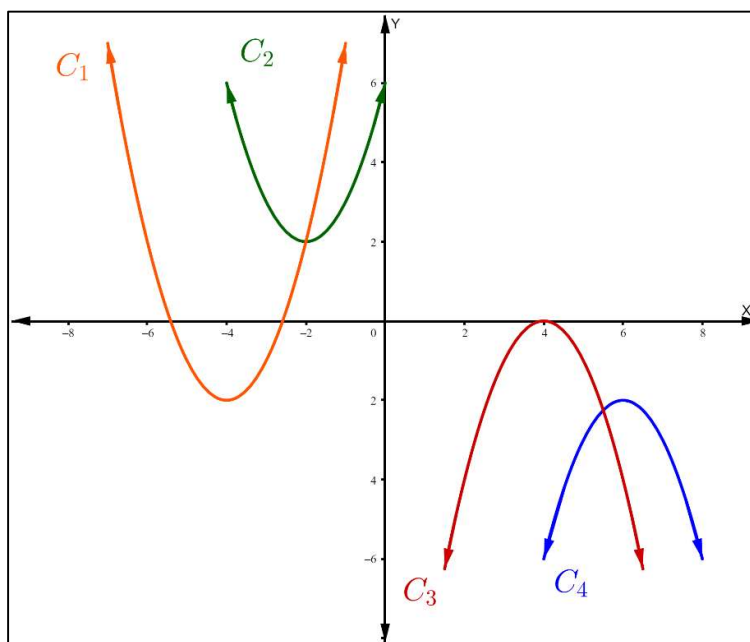
ก. $y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

ข. $y = -x^2 + 2$

ค. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

ง. $y = 3x^2 - 5$

รูปต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 9-12



9. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ข. $y = (x + 2)^2 + 2$

ค. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

10. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ข. $y = (x + 2)^2 + 2$

ค. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

11. กราฟ C_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -(x - 4)^2$

ข. $y = (x + 2)^2 + 2$

ค. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

12. กราฟ C_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

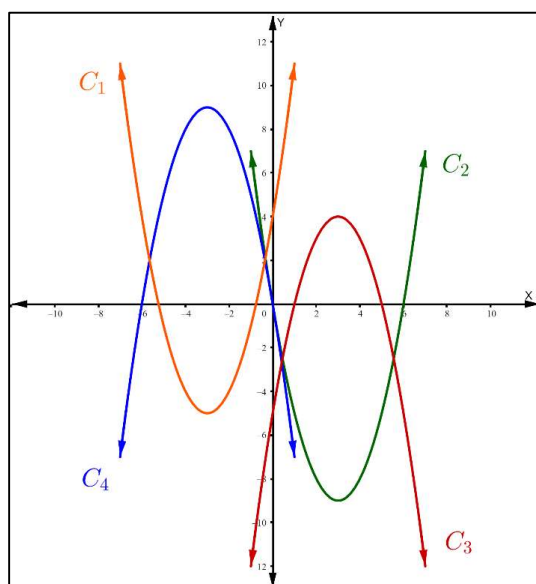
ก. $y = -(x - 4)^2$

ข. $y = (x + 2)^2 + 2$

ค. $y = -(x - 6)^2 - 2$

ง. $y = (x + 4)^2 - 2$

รูปต่อไปนี้ใช้สำหรับตอบคำถามข้อ 13-16



13. กราฟ C_1 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ค. $y = x^2 + 6x + 4$

ง. $y = -x^2 - 6x$

14. กราฟ C_2 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ค. $y = x^2 + 6x + 4$

ง. $y = -x^2 - 6x$

15. กราฟ C_3 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ค. $y = x^2 + 6x + 4$

ง. $y = -x^2 - 6x$

16. กราฟ c_4 คือฟังก์ชันใดต่อไปนี้

ก. $y = -x^2 + 6x - 5$

ข. $y = x^2 - 6x$

ค. $y = x^2 + 6x + 4$

ง. $y = -x^2 - 6x$

ปัญหาสำหรับตอบคำถามข้อ 17-20

ในการซ้อมรบของทหารครั้งหนึ่ง ทหารจะยิงปืนใหญ่จากเรือรบขึ้นไปบนท้องฟ้า ซึ่งสามารถกำหนดด้วยสมการ $s = -2t^2 + 48t + 20$ เมื่อ s คือความสูงของกระสุนปืนใหญ่จากพื้นน้ำในหน่วยเป็นเมตรหลังจากยิงผ่านไป t วินาที

17. จุดที่ยิงปืนใหญ่อยู่สูงจากพื้นน้ำกี่เมตร

ก. 20

ข. 15

ค. 10

ง. 5

18. กระสุนปืนใหญ่ขึ้นไปสูงสุดเมื่อเวลาผ่านไปกี่วินาที

ก. 6

ข. 8

ค. 10

ง. 12

19. กระสุนปืนใหญ่ขึ้นไปได้สูงสุดกี่เมตร

ก. 300

ข. 308

ค. 316

ง. 324

20. กระสุนปืนใหญ่จะสูงจากพื้นน้ำ 180 เมตร หลังจากยิงไปแล้วกี่วินาที

ก. 8

ข. 6

ค. 4

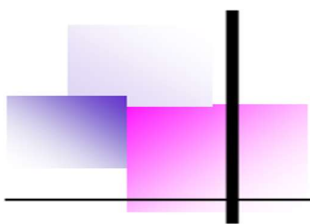
ง. 2

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน**เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง**

- | | |
|-------|-------|
| 1. ค | 11. ก |
| 2. ง | 12. ข |
| 3. ข | 13. ก |
| 4. ง | 14. ข |
| 5. ง | 15. ค |
| 6. ก | 16. ง |
| 7. ค | 17. ก |
| 8. ข | 18. ข |
| 9. ง | 19. ข |
| 10. ค | 20. ค |

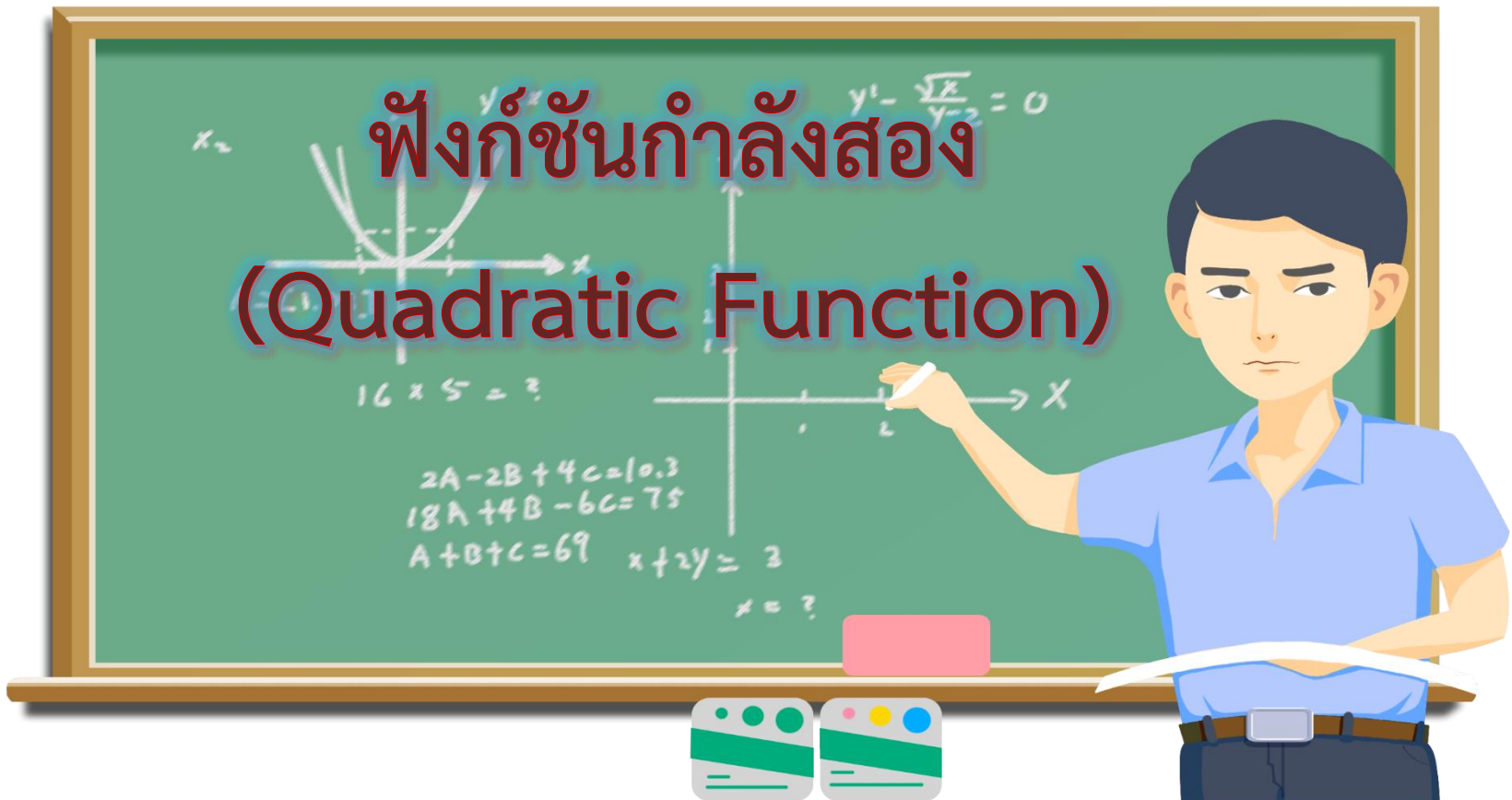
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน**เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง**

- | | |
|-------|-------|
| 1. ง | 11. ก |
| 2. ค | 12. ค |
| 3. ง | 13. ค |
| 4. ค | 14. ข |
| 5. ก | 15. ก |
| 6. ง | 16. ง |
| 7. ค | 17. ก |
| 8. ข | 18. ง |
| 9. ง | 19. ข |
| 10. ข | 20. ค |

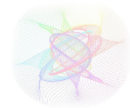


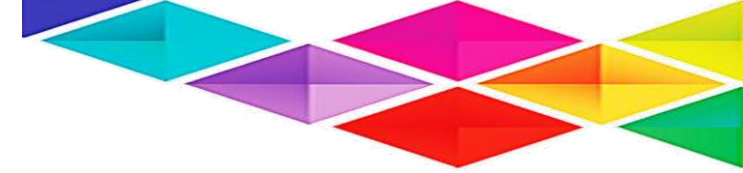
เอกสารนำเสนอประกอบการสอน (PPT)

เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง



โดย อาจารย์จिरพงศ์ พวงมาลัย

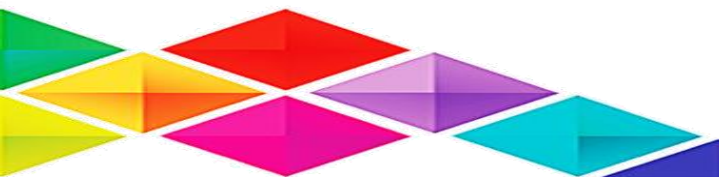


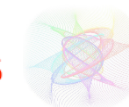
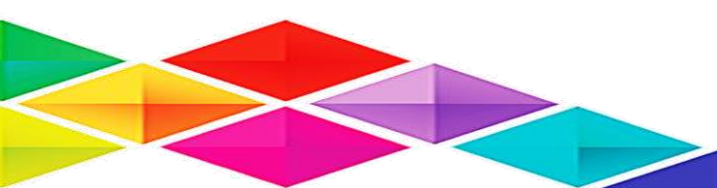
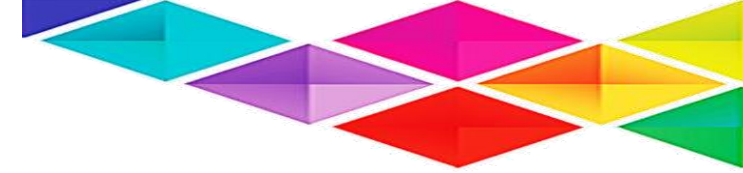


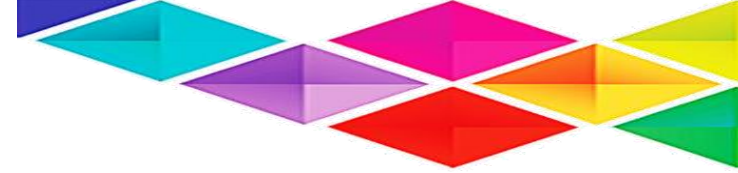
พาราโบลาโดม (parabola dome)



ขอบคุณรูปจาก <https://www.nationtv.tv/main/content/378730427>



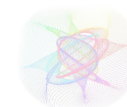
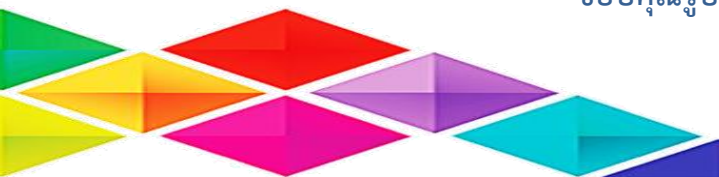


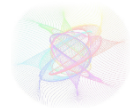
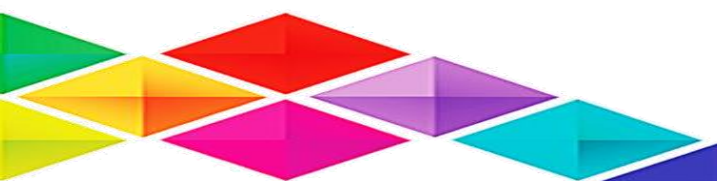
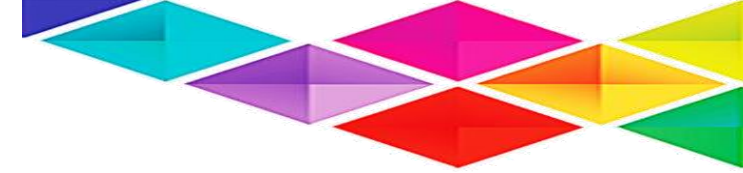


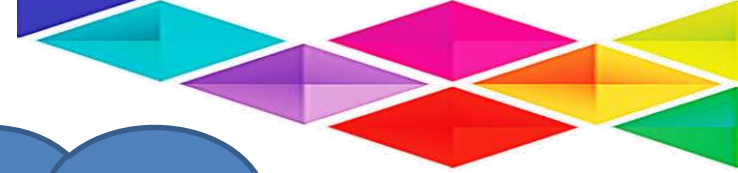
พิพิธภัณฑ์สัตว์น้ำ OCEANOGRÁFIC



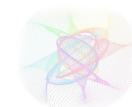
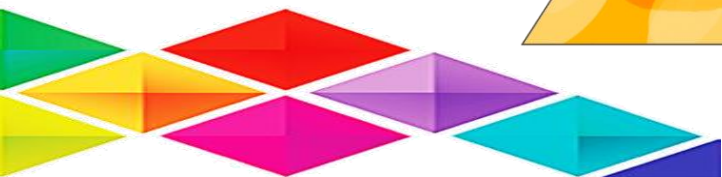
ขอบคุณรูปจาก <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:L%27oceanografic-valencia-2009.JPG>

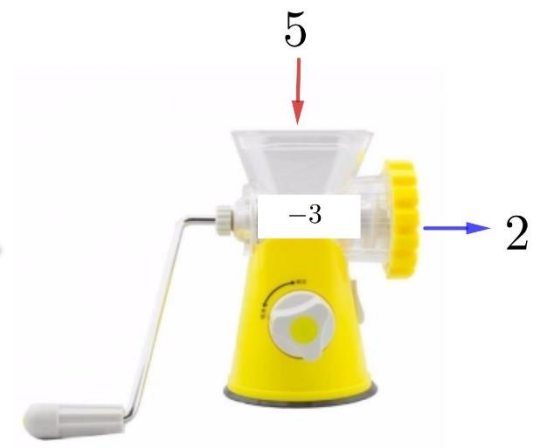






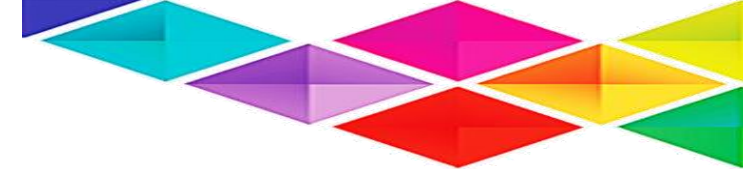
ฟังก์ชันคืออะไร ??





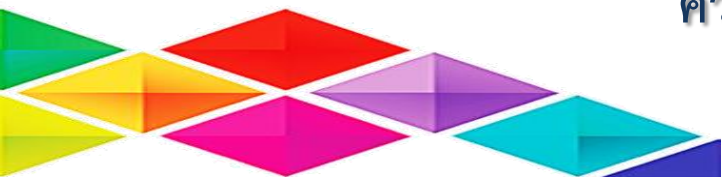
ขอบคุณรูปจาก <https://www.cmart.co.th/karabada-lh-22cw-273616.html>

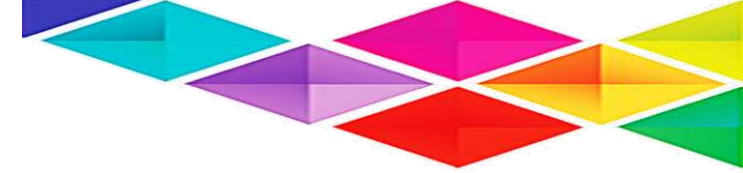




x	y
-15	-3
-5	-1
0	0
10	2
20	4

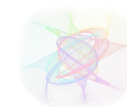
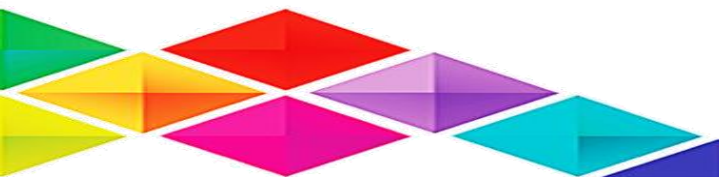
ความสัมพันธ์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการ ได้เป็น $y = \frac{x}{5}$

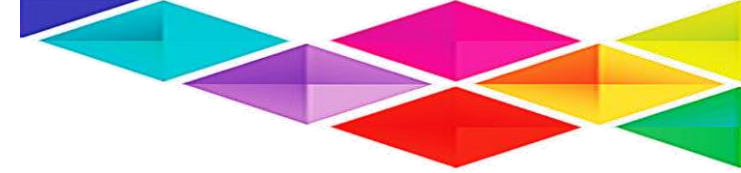




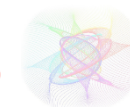
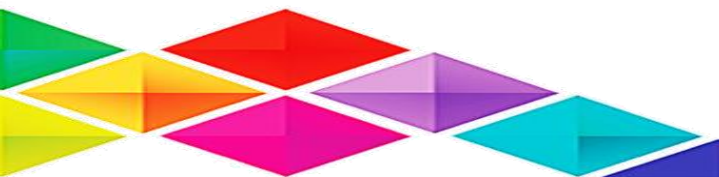
x	y
-3	-11
-1	-7
0	-5
2	-1
4	3

ความสัมพันธ์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการ ได้เป็น $y = 2x - 5$

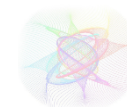


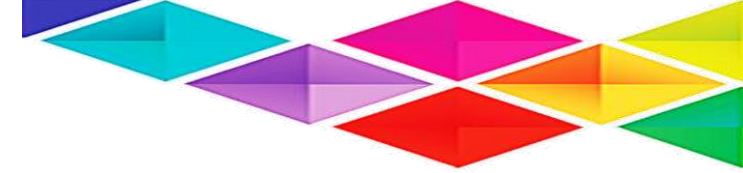


ฟังก์ชัน (function) คือ ความสัมพันธ์ของปริมาณ **X**
และปริมาณ **y** โดยที่ ปริมาณ **X** แต่ละค่า จะมีปริมาณ
y ที่สอดคล้องกันเพียงค่าเดียว



ให้ f เป็นความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน ที่ค่าของ y ขึ้นอยู่กับค่าของ x จะเขียนแทนด้วย $y = f(x)$ เรียก $f(x)$ ว่า ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x

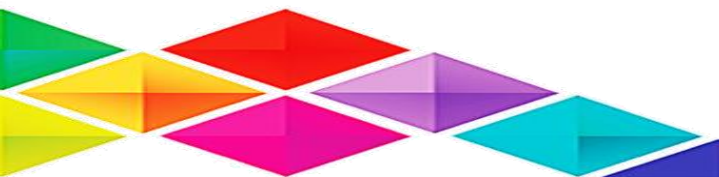


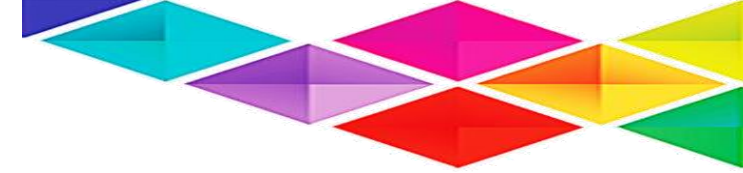


จากตัวอย่างที่ 1 และ 2

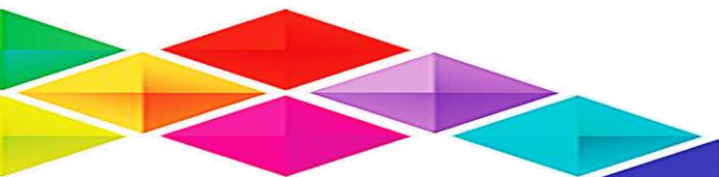
นั่นคือ $y = \frac{x}{5}$ และ $y = 2x - 5$

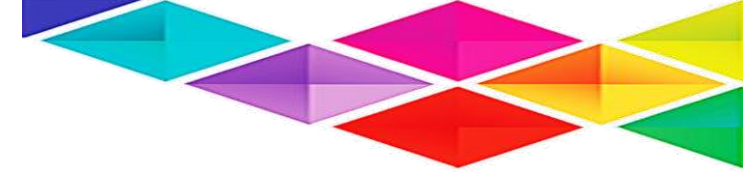
จะได้ $f(x) = \frac{x}{5}$ และ $f(x) = 2x - 5$



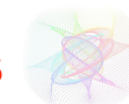
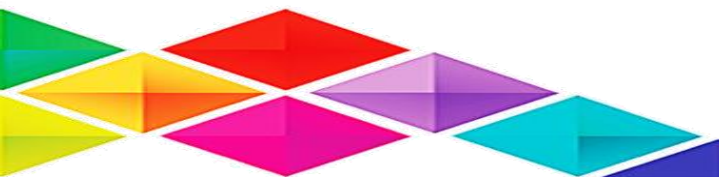


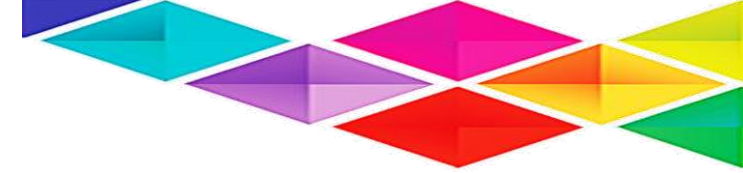
จะเรียกฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x)=mx+b$ เมื่อ **m**
และ **b** เป็นค่าคงตัว ว่า ฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function)



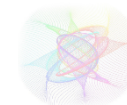
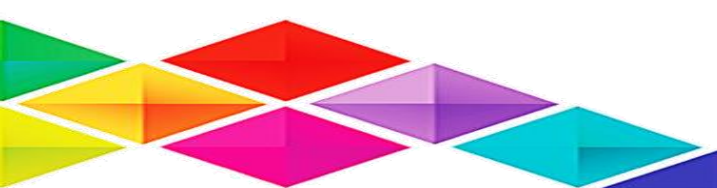
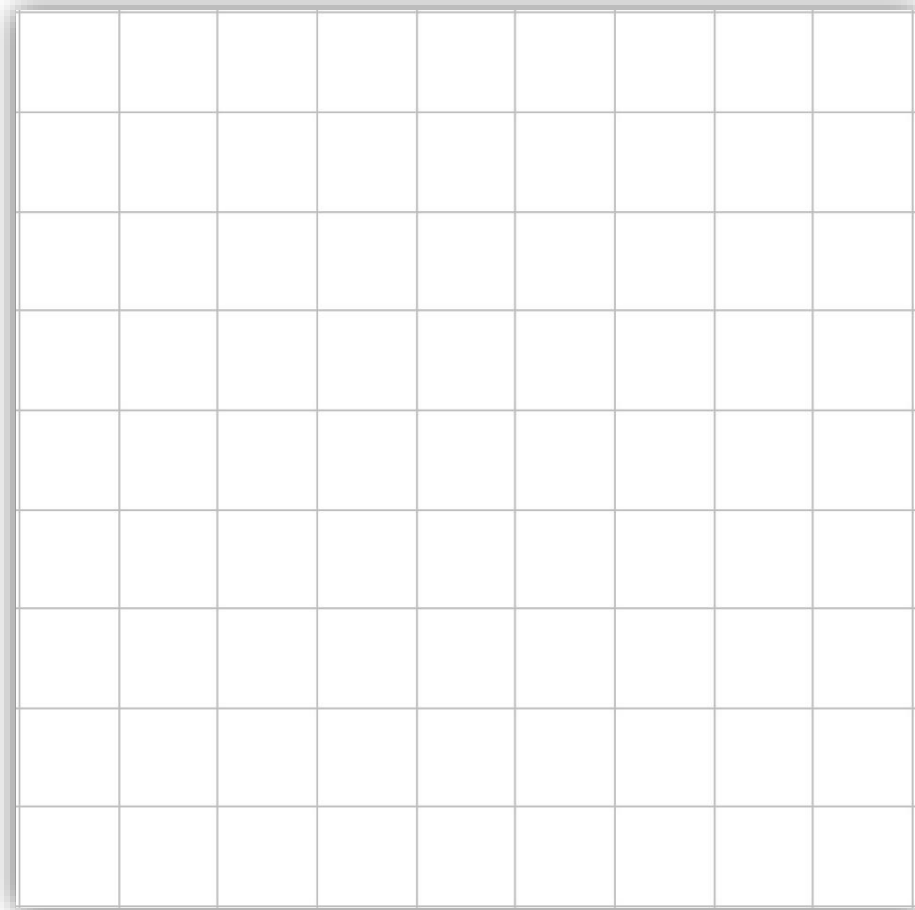


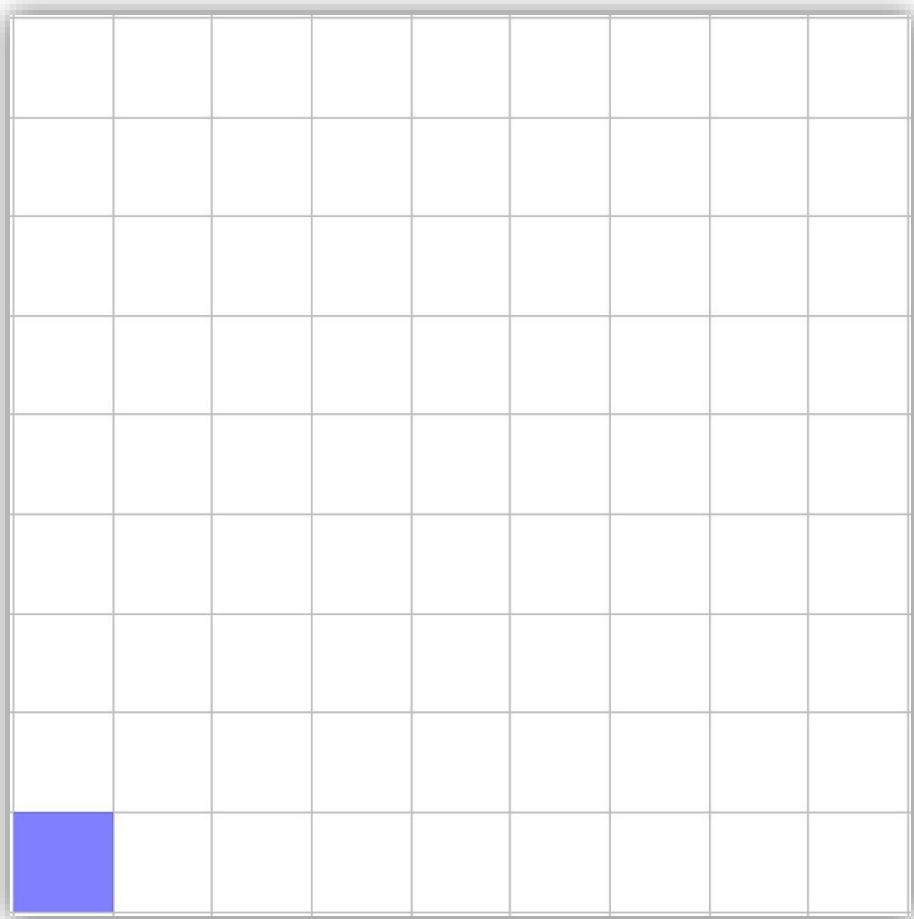
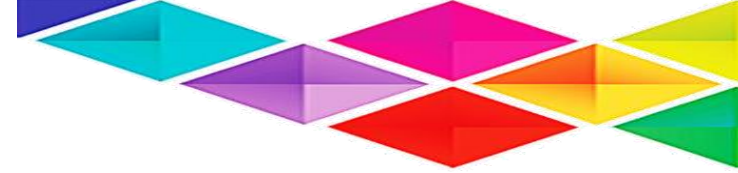
พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านกับพื้นที่รูป
สี่เหลี่ยมมุมฉาก
โดยให้ y แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
และ x แทนความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยม



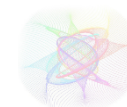
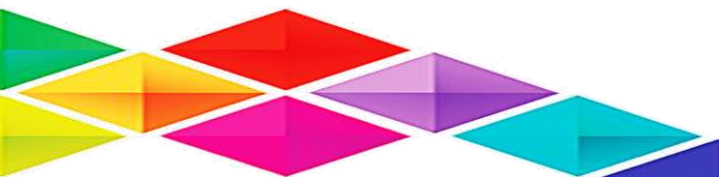


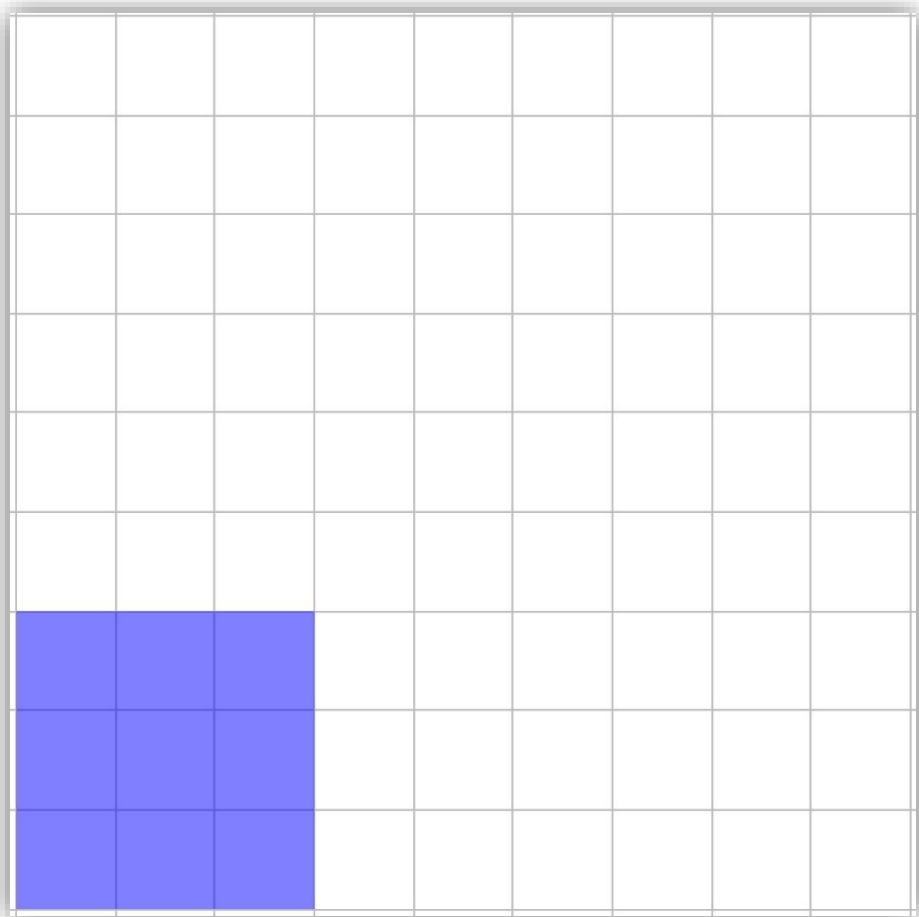
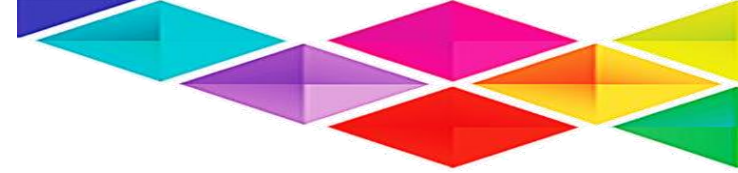
ถ้ากำหนดด้านกว้างเท่ากับด้านยาว



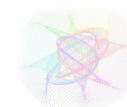
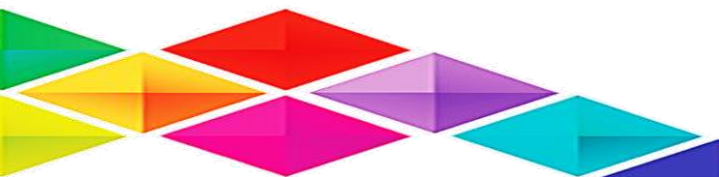


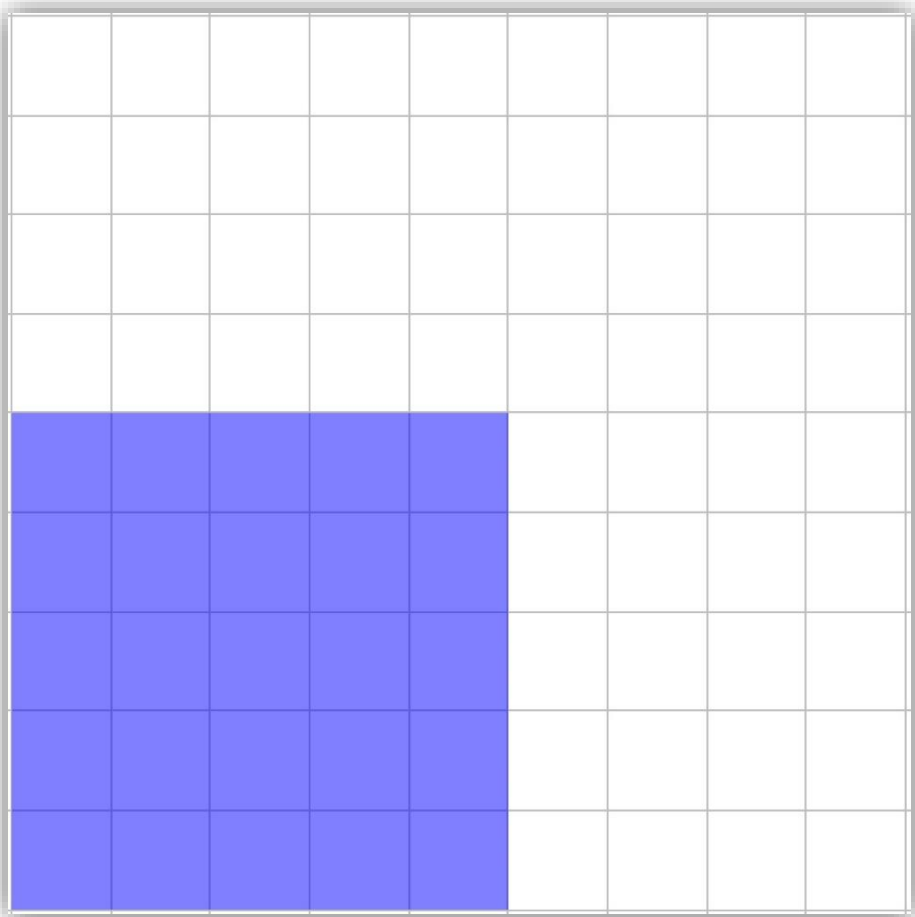
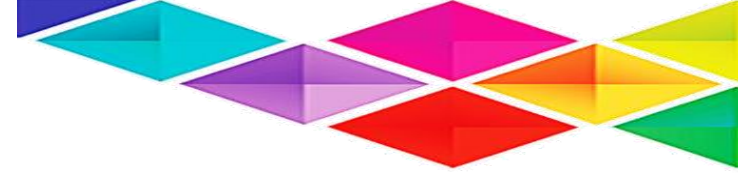
สมมติ ความยาว 1 หน่วย จะได้ พื้นที่ 1 ตารางหน่วย



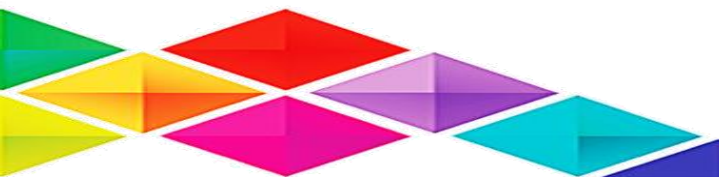


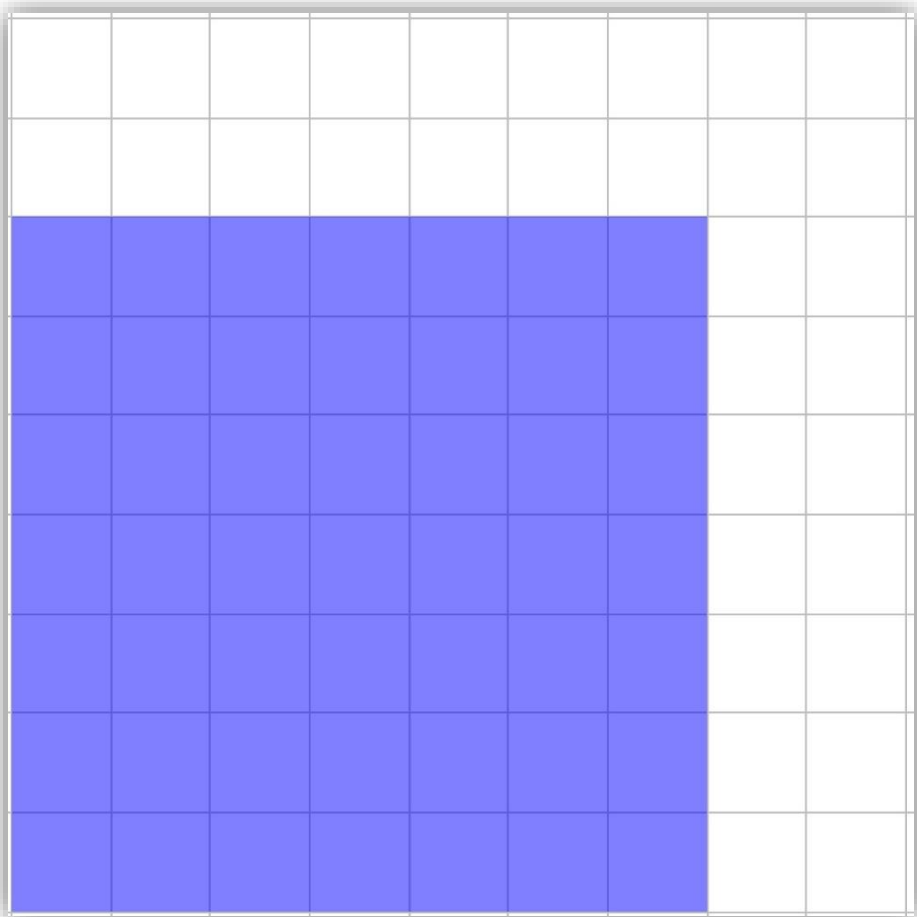
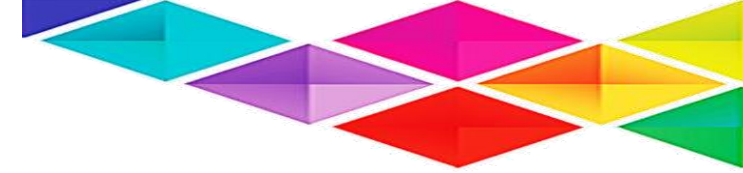
สมมติ ความยาว 1 หน่วย จะได้ พื้นที่ 1 ตารางหน่วย
ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 9 ตารางหน่วย



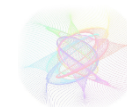
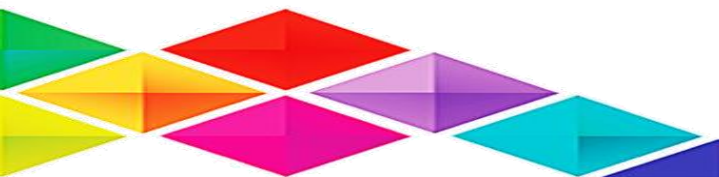


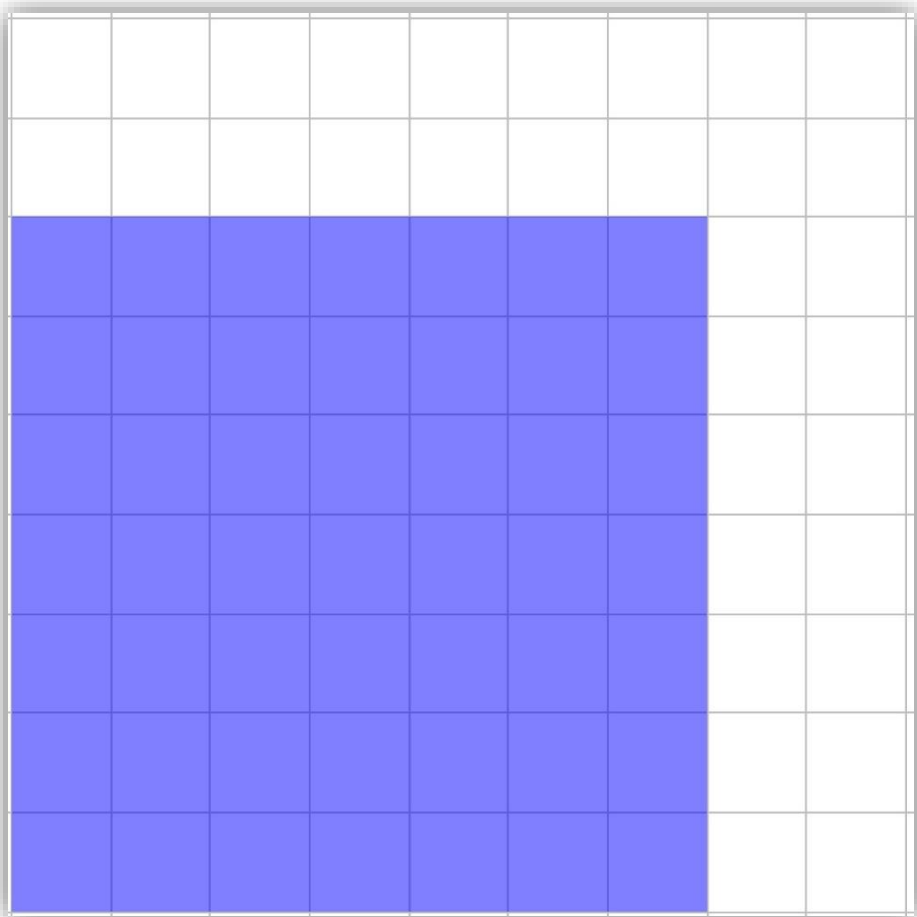
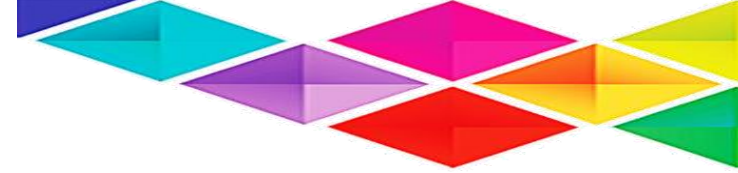
สมมติ ความยาว 1 หน่วย จะได้ พื้นที่ 1 ตารางหน่วย
ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 9 ตารางหน่วย
ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 25 ตารางหน่วย





สมมติ ความยาว 1 หน่วย จะได้ พื้นที่ 1 ตารางหน่วย
ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 9 ตารางหน่วย
ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 25 ตารางหน่วย
ความยาว 7 หน่วย จะได้ พื้นที่ 49 ตารางหน่วย

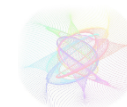
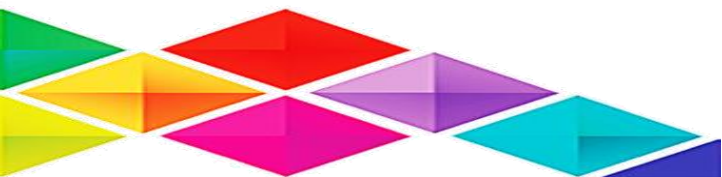




สมมติ ความยาว 1 หน่วย จะได้ พื้นที่ 1 ตารางหน่วย
 ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 9 ตารางหน่วย
 ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 25 ตารางหน่วย
 ความยาว 7 หน่วย จะได้ พื้นที่ 49 ตารางหน่วย

· ·
 · ·
 · ·

ความยาว **X** หน่วย จะได้ พื้นที่ **y** ตารางหน่วย





ถ้าหากพิจารณา พื้นที่ที่จะเห็นว่า

$$1=1\times 1$$

$$9=3\times 3$$

$$25=5\times 5$$

$$49=7\times 7$$

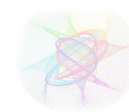
.

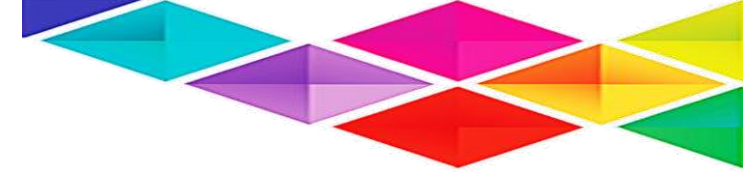
.

.

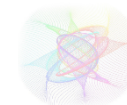
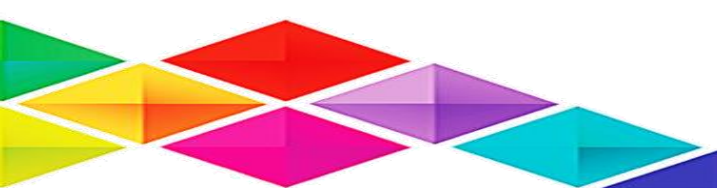
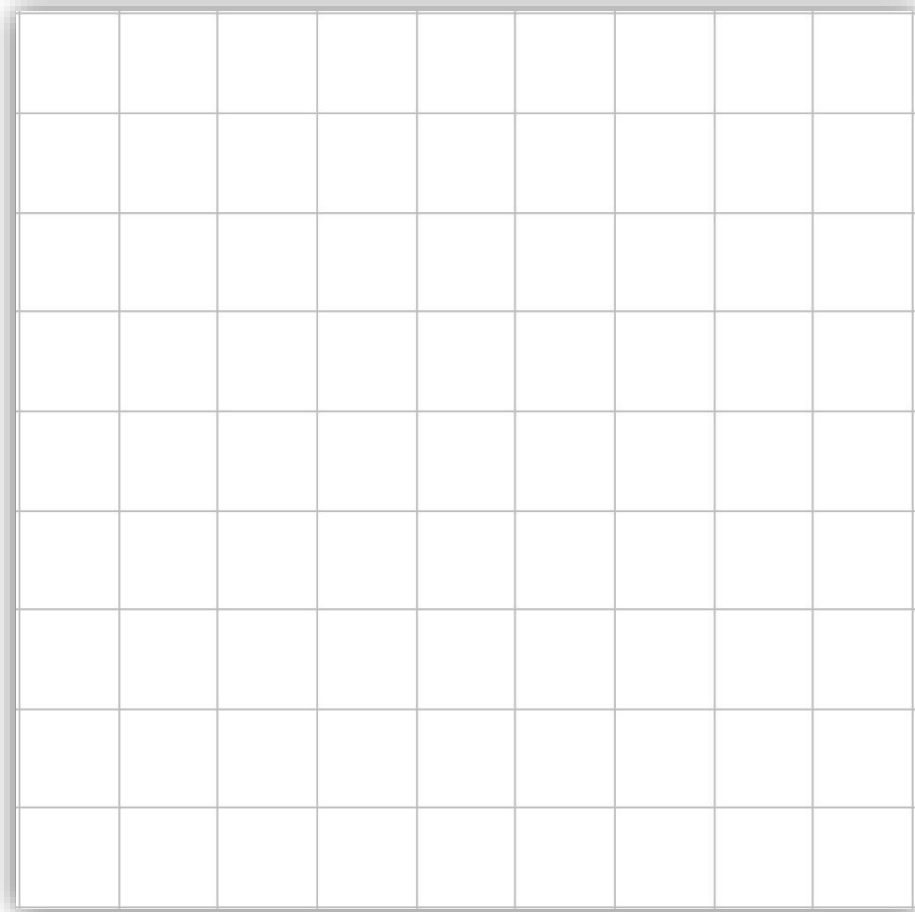
$$y=x\times x$$

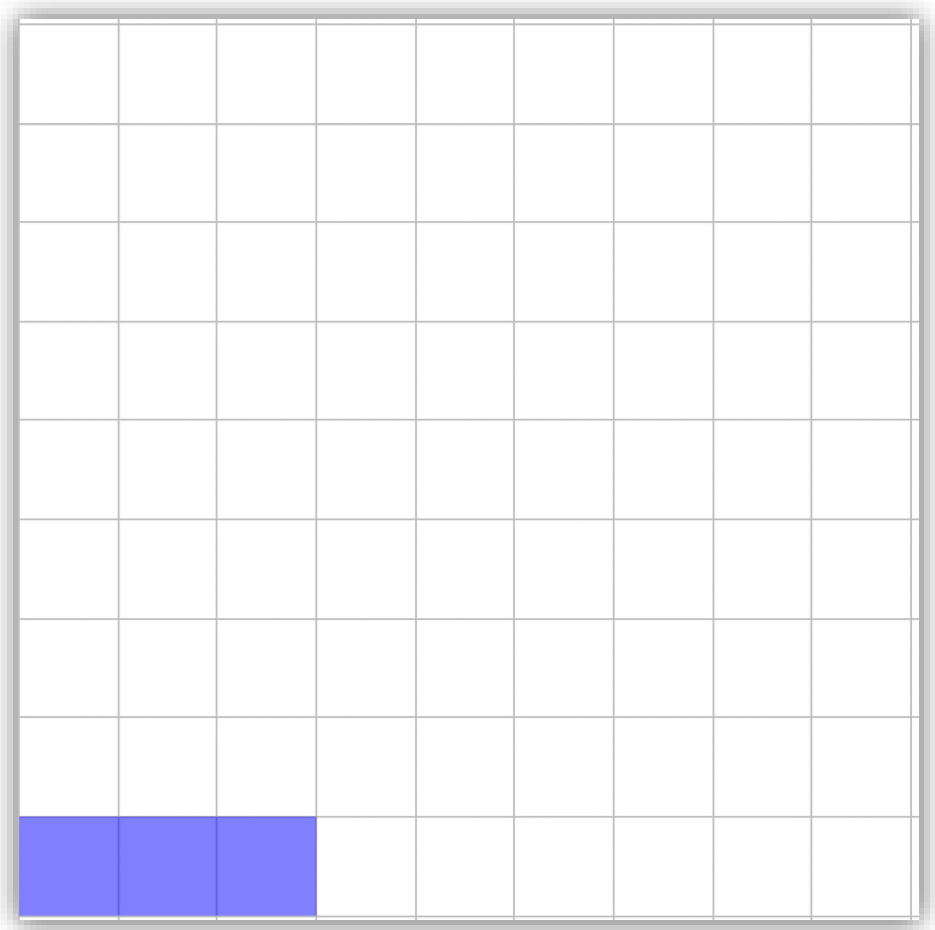
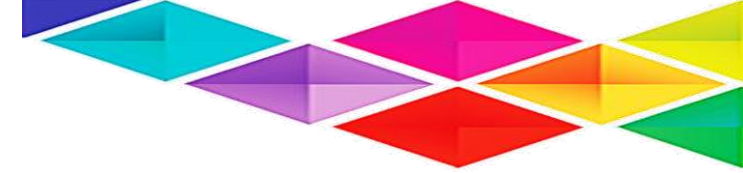
จะได้ว่า เมื่อกำหนดความยาว x หน่วย แล้วพื้นที่ $y=x\times x=x^2$ ตารางหน่วย



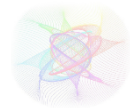
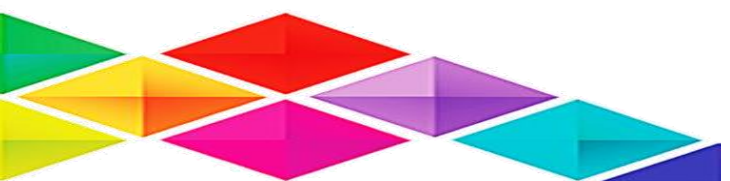


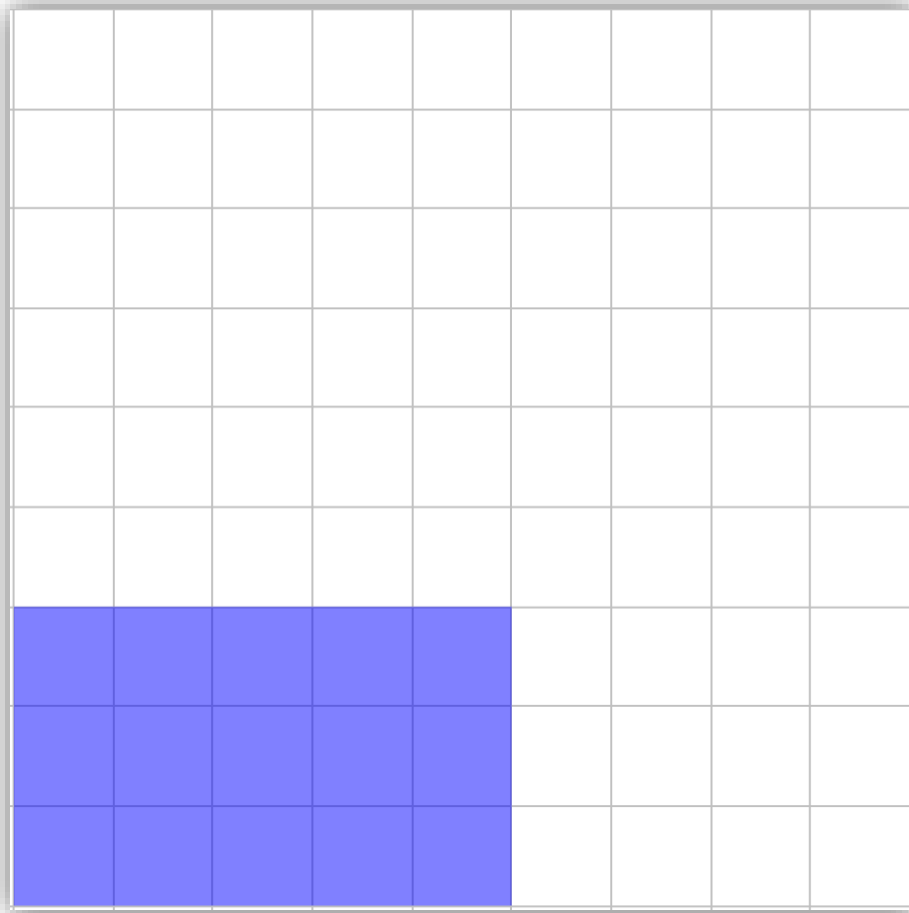
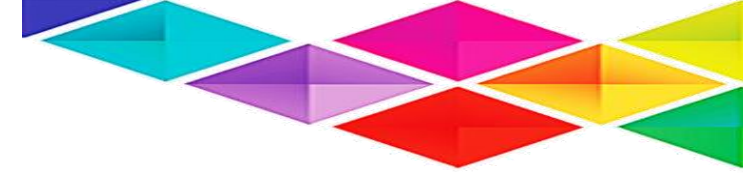
ถ้ากำหนดด้านยาวมีความยาวมากกว่าด้านกว้าง 2 หน่วย



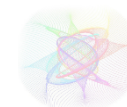
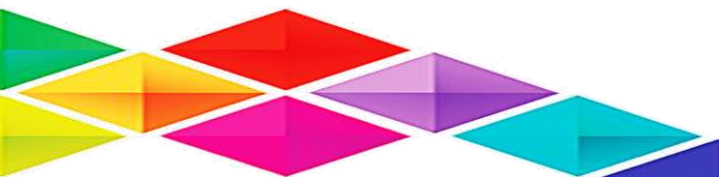


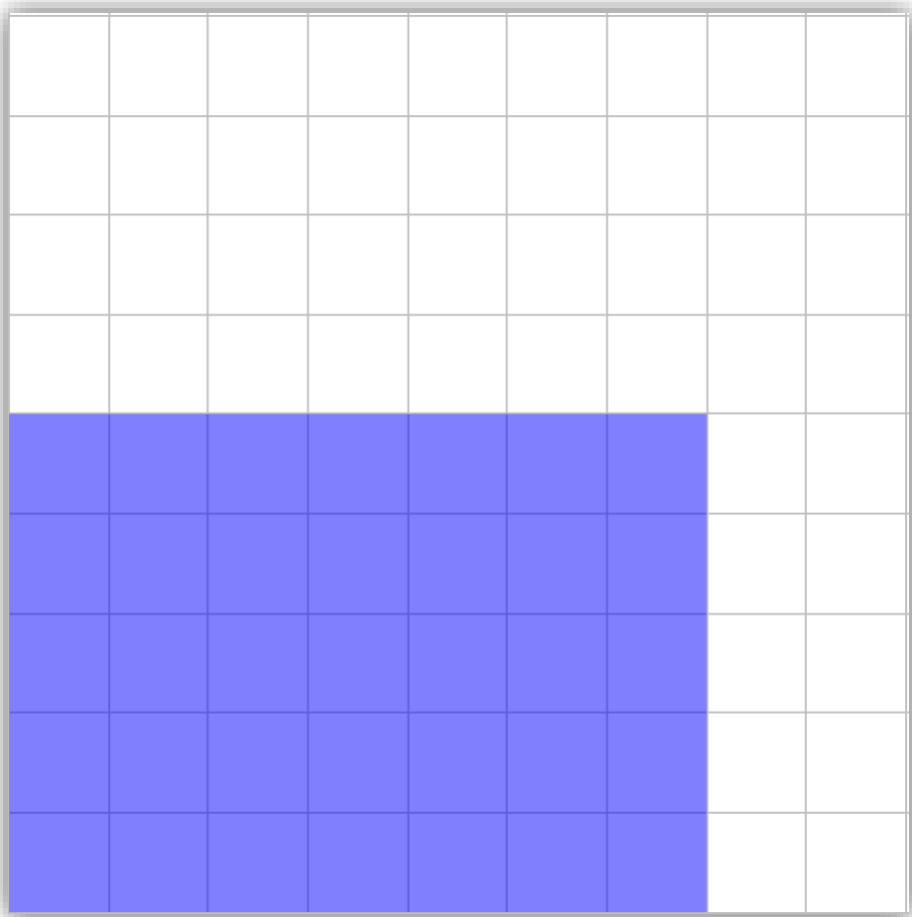
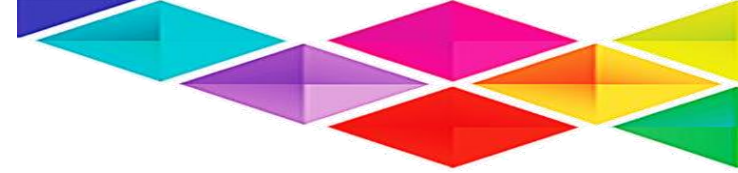
สมมติ ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 3 ตารางหน่วย



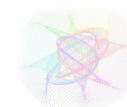
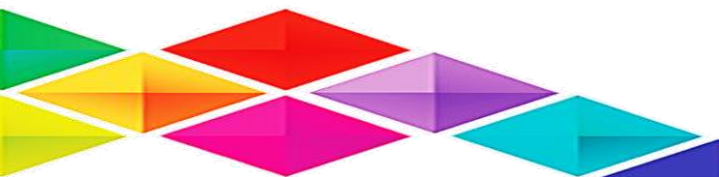


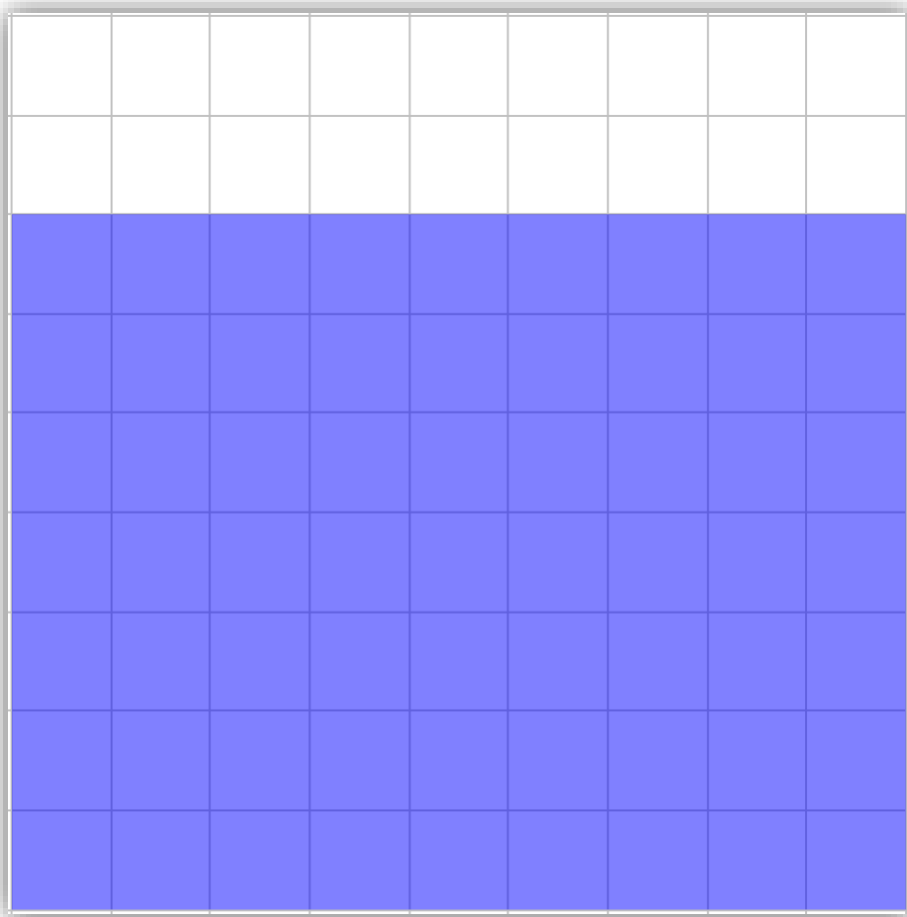
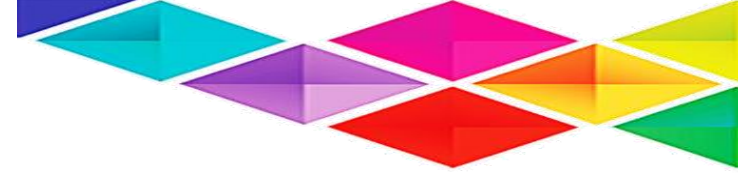
สมมติ ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 3 ตารางหน่วย
ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 15 ตารางหน่วย



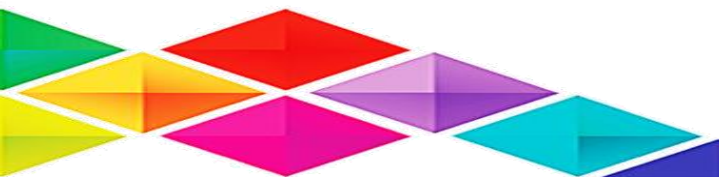


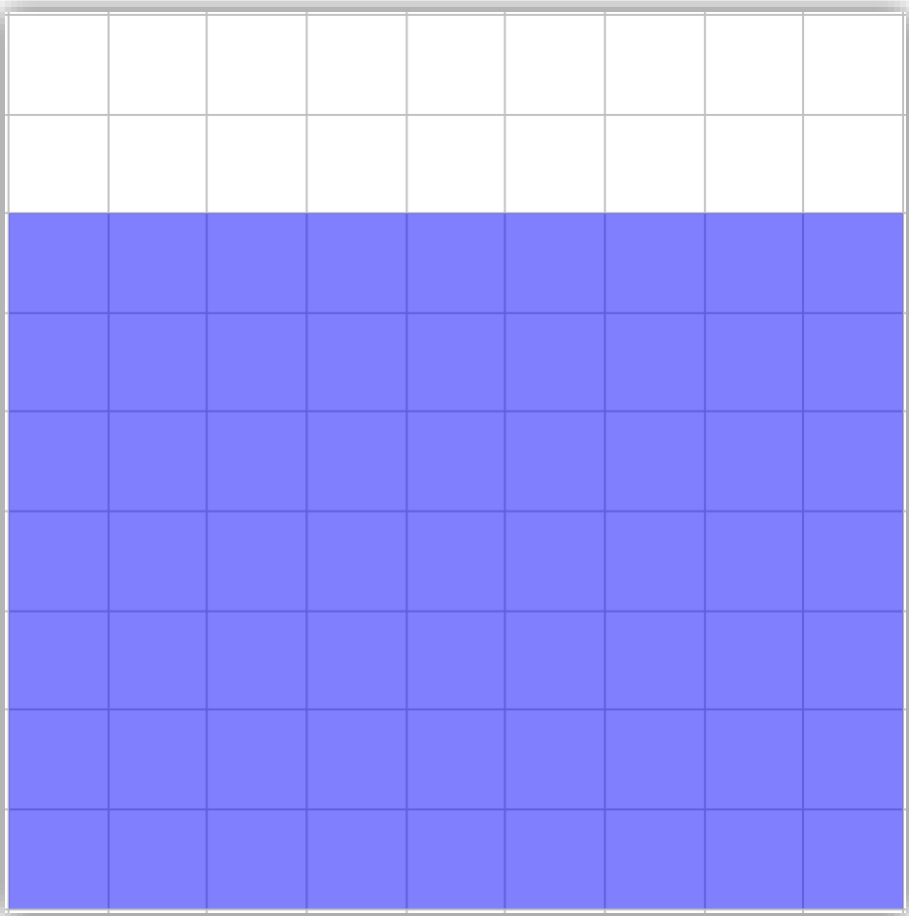
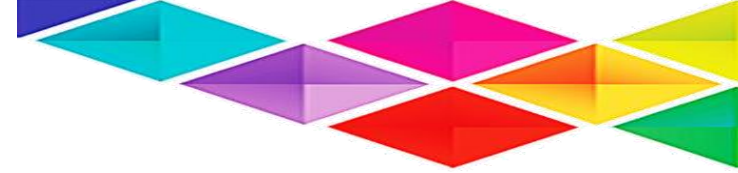
สมมติ ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 3 ตารางหน่วย
ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 15 ตารางหน่วย
ความยาว 7 หน่วย จะได้ พื้นที่ 35 ตารางหน่วย





สมมติ ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 3 ตารางหน่วย
ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 15 ตารางหน่วย
ความยาว 7 หน่วย จะได้ พื้นที่ 35 ตารางหน่วย
ความยาว 9 หน่วย จะได้ พื้นที่ 63 ตารางหน่วย

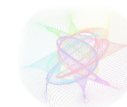
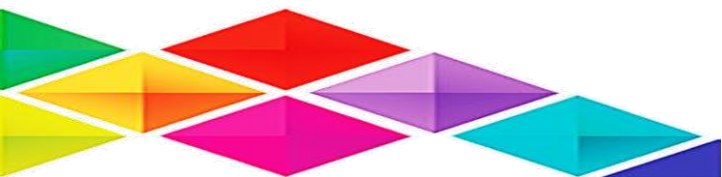


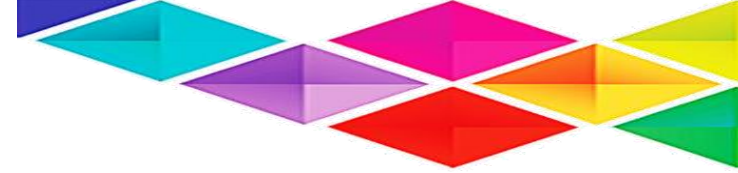


สมมติ ความยาว 3 หน่วย จะได้ พื้นที่ 3 ตารางหน่วย
 ความยาว 5 หน่วย จะได้ พื้นที่ 15 ตารางหน่วย
 ความยาว 7 หน่วย จะได้ พื้นที่ 35 ตารางหน่วย
 ความยาว 9 หน่วย จะได้ พื้นที่ 63 ตารางหน่วย

. .
 . .
 . .

ความยาว **X** หน่วย จะได้ พื้นที่ **y** ตารางหน่วย





ถ้าหากพิจารณา พื้นที่ที่จะเห็นว่า

$$3=3\times 1$$

$$15=5\times 3$$

$$35=7\times 5$$

$$63=9\times 7$$

.

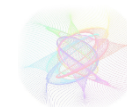
.

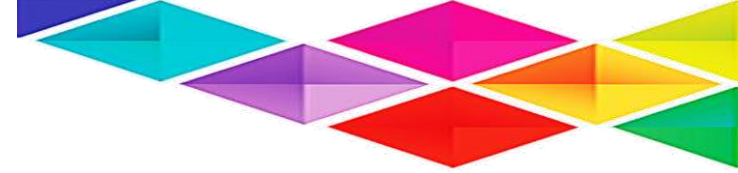
.

$$y=x(x-2)$$

จะได้ว่า เมื่อกำหนดความยาว x หน่วย

แล้วพื้นที่ $y=x(x-2)=x^2-2x$ ตารางหน่วย



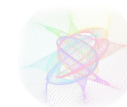
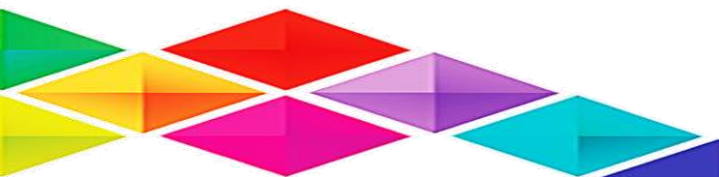


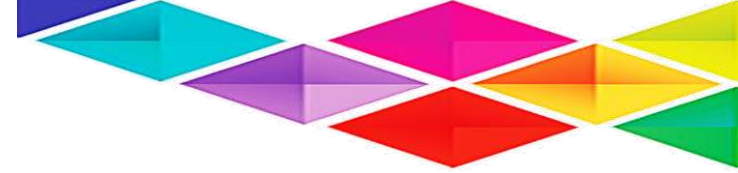
ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$$y = ax^2 + bx + c$$

หรือ $f(x) = ax^2 + bx + c$

เมื่อ **a, b** และ **c** เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

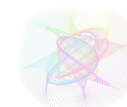
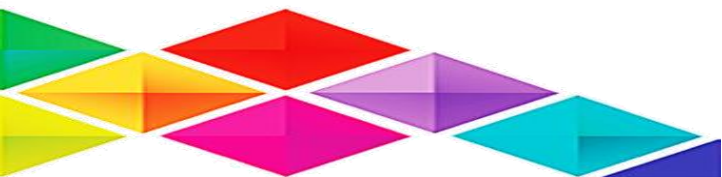


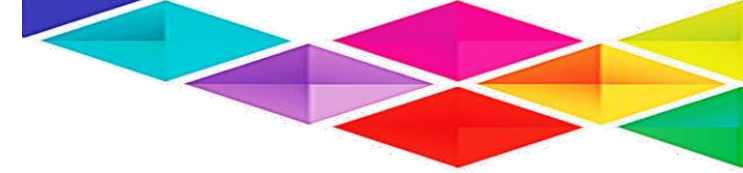


ตรวจสอบความเข้าใจ

ฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันกำลังสองหรือไม่ ถ้าเป็นให้บอกค่า a , b และ c

ข้อ	ฟังก์ชัน	เป็นฟังก์ชัน กำลังสอง	a	b	c
1	$y=4x-5$				
2	$y=x(2x+3)$				
3	$y=2(x-1)^2$				

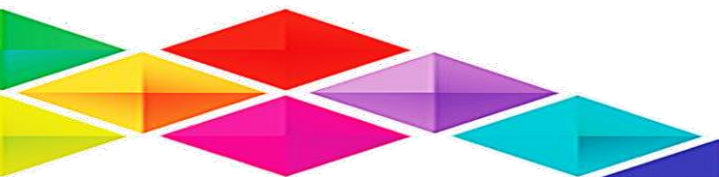


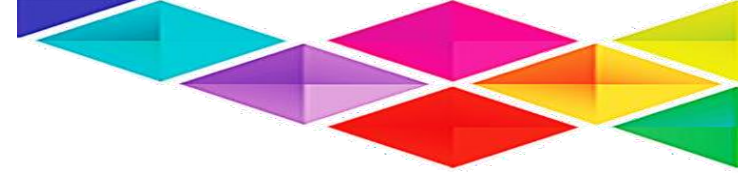


ตรวจสอบความเข้าใจ

ฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันกำลังสองหรือไม่ ถ้าเป็นให้บอกค่า a , b และ c

ข้อ	ฟังก์ชัน	เป็นฟังก์ชันกำลังสอง	a	b	c
1	$y=4x-5$	x	-	-	-
2	$y=x(2x+3)$				
3	$y=2(x-1)^2$				



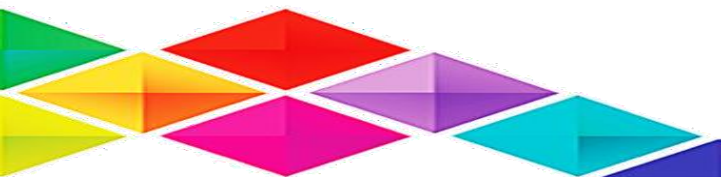


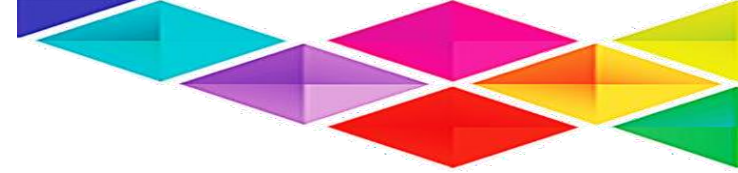
ตรวจสอบความเข้าใจ

ฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันกำลังสองหรือไม่ ถ้าเป็นให้บอกค่า a , b และ c

ข้อ	ฟังก์ชัน	เป็นฟังก์ชันกำลังสอง	a	b	c
1	$y=4x-5$	x	-	-	-
2	$y=x(2x+3)$	✓	2	3	0
3	$y=2(x-1)^2$				

พิจารณา $x(2x+3)$
จะได้ว่า
 $x(2x+3)=2x^2+3x$



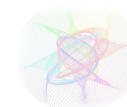
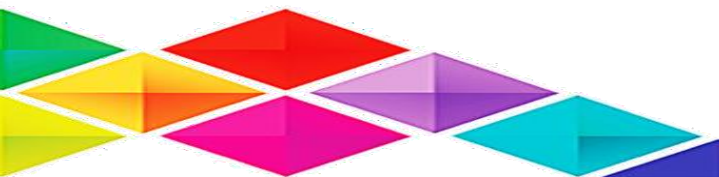


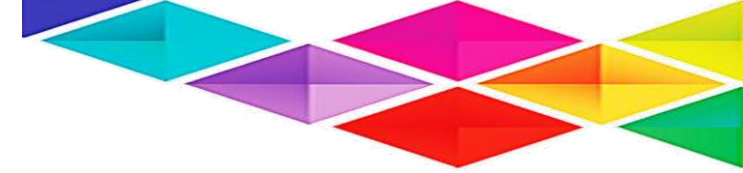
ตรวจสอบความเข้าใจ

ฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันกำลังสองหรือไม่ ถ้าเป็นให้บอกค่า a, b และ c

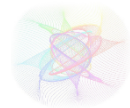
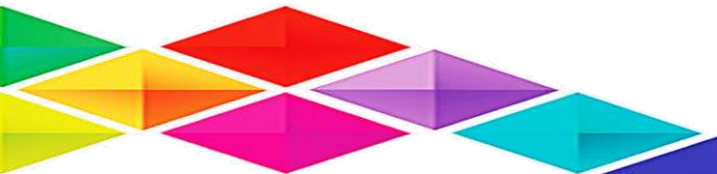
ข้อ	ฟังก์ชัน	เป็นฟังก์ชันกำลังสอง	a	b	c
1	$y=4x-5$	✗	-	-	-
2	$y=x(2x+3)$	✓	2	3	0
3	$y=2(x-1)^2$	✓	2	-4	2

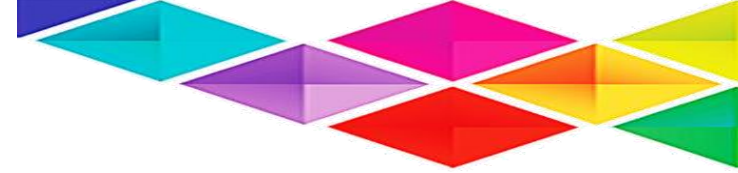
พิจารณา $2(x-1)^2$
จะได้ว่า
 $2(x-1)^2 = 2(x^2-2x+1)$



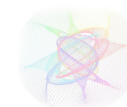
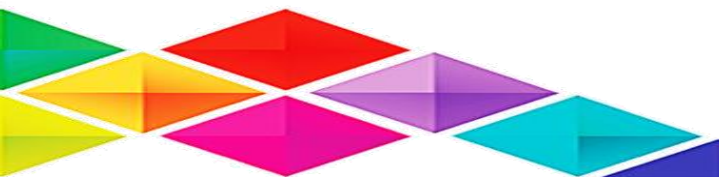


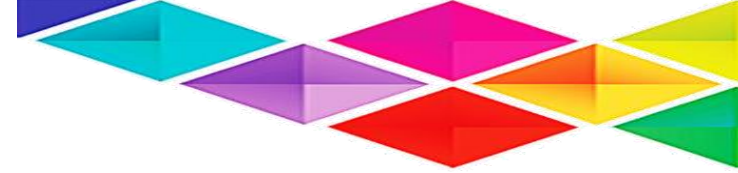
สรุป



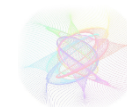
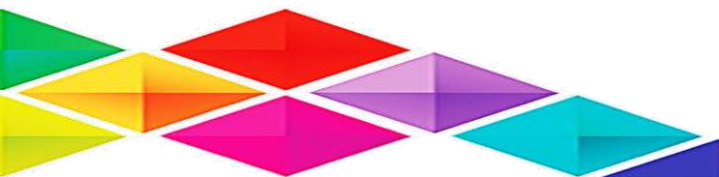


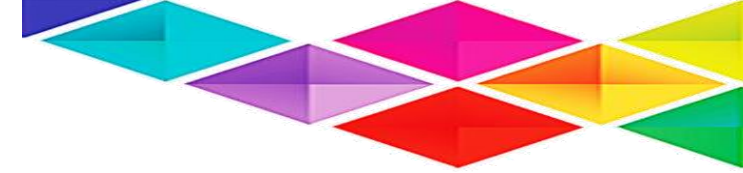
ฟังก์ชัน (function) คือ ความสัมพันธ์ของปริมาณ x และปริมาณ y โดยที่ ปริมาณ x แต่ละค่า จะมีปริมาณ y ที่สอดคล้องกันเพียงค่าเดียว





จะเรียกฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x)=mx+b$ เมื่อ **m**
และ **b** เป็นค่าคงตัว ว่า ฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function)



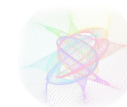
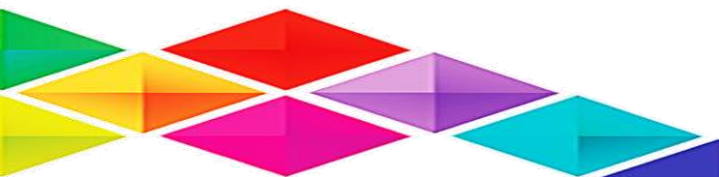


ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$$y = ax^2 + bx + c$$

หรือ $f(x) = ax^2 + bx + c$

เมื่อ **a, b** และ **c** เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

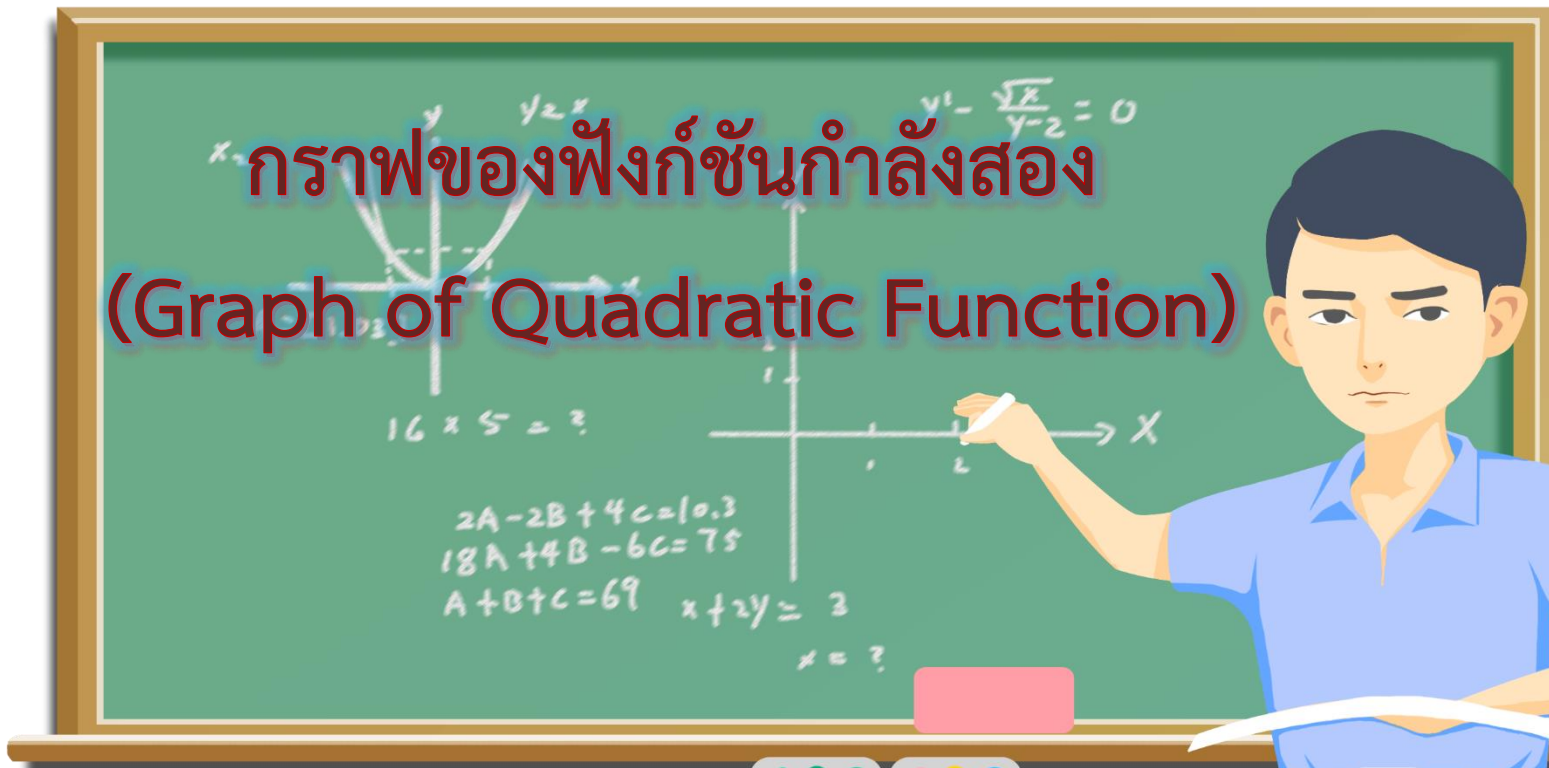




*M*athematics *E*ducation KAMPHAENG PHET RAJABHAT UNIVERSITY

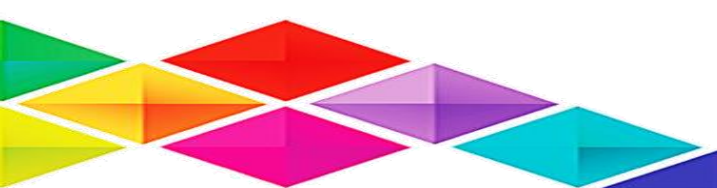
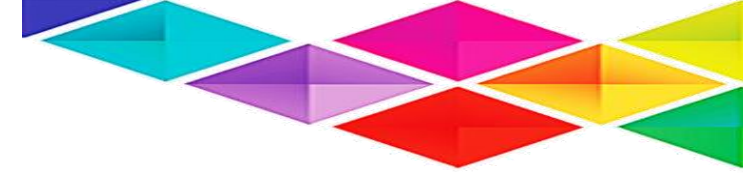
โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

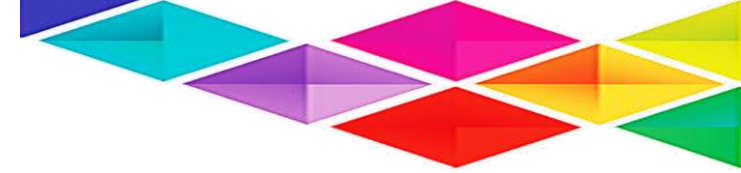




โดย อาจารย์จิรพงศ์ พวงมาลัย







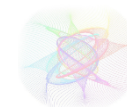
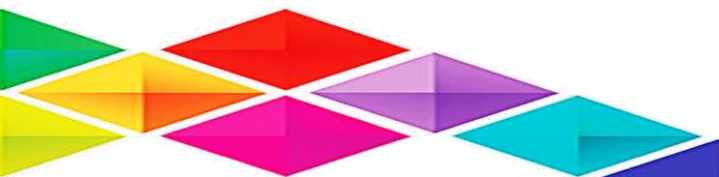
ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่

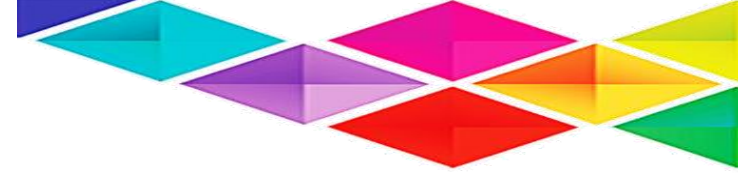
ในรูป $y = ax^2 + bx + c$

หรือ $f(x) = ax^2 + bx + c$

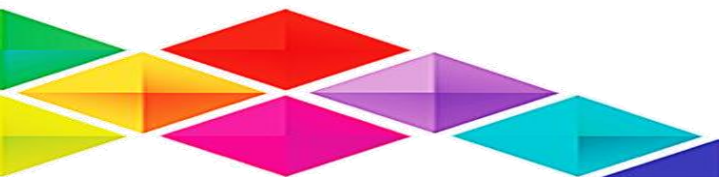
เมื่อ **a, b** และ **c** เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

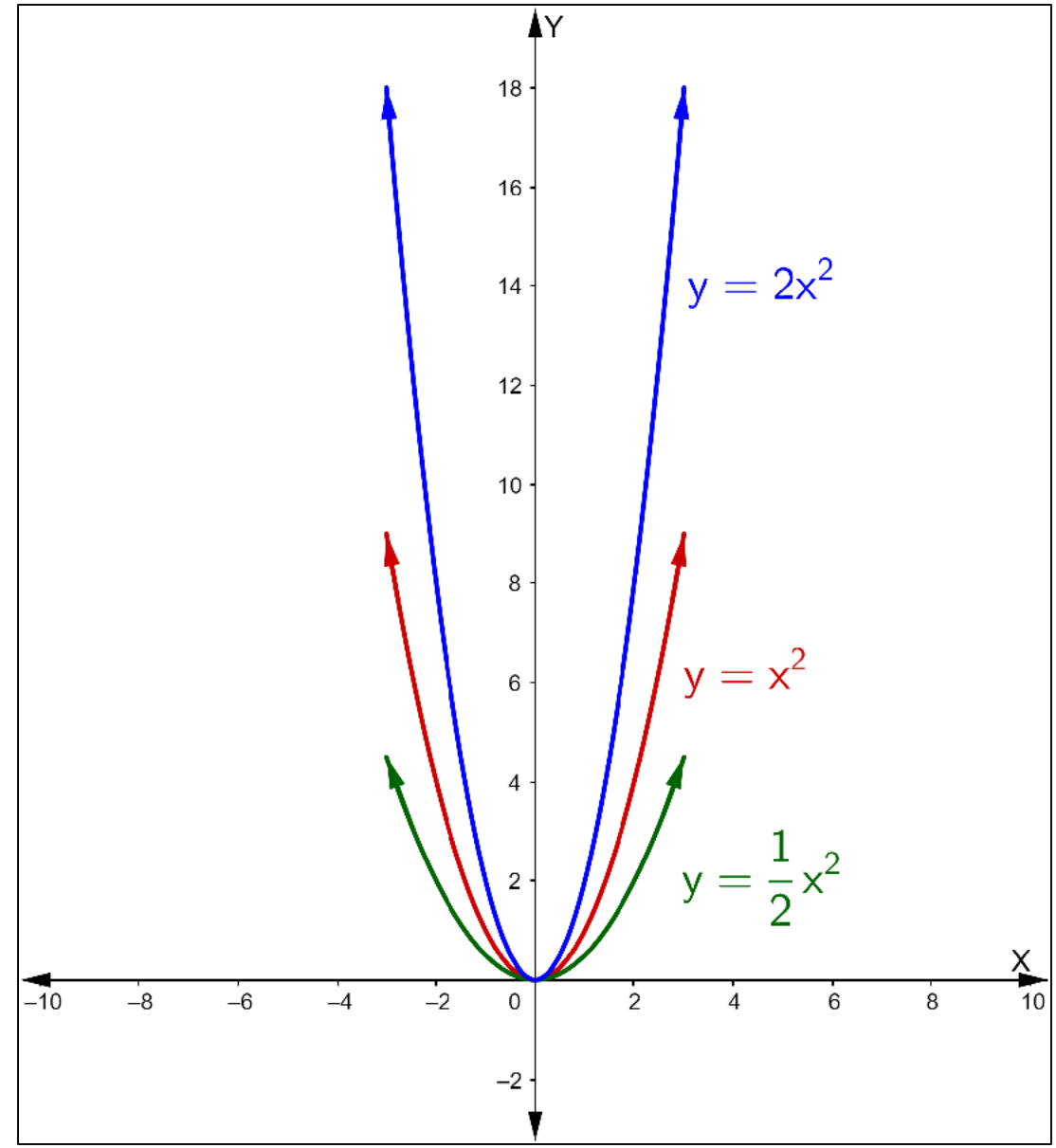
สมการพาราโบลา

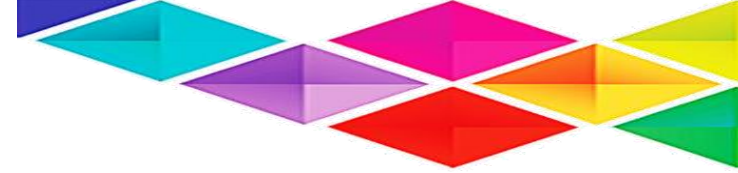




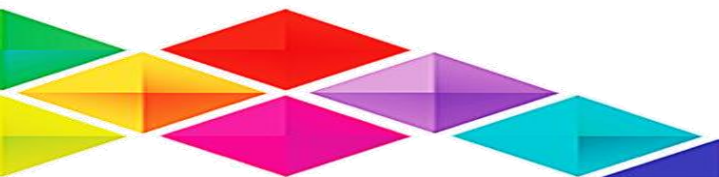
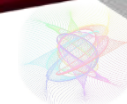
พิจารณากกราฟของ $y=ax^2$ เมื่อ $a>0$

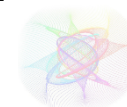
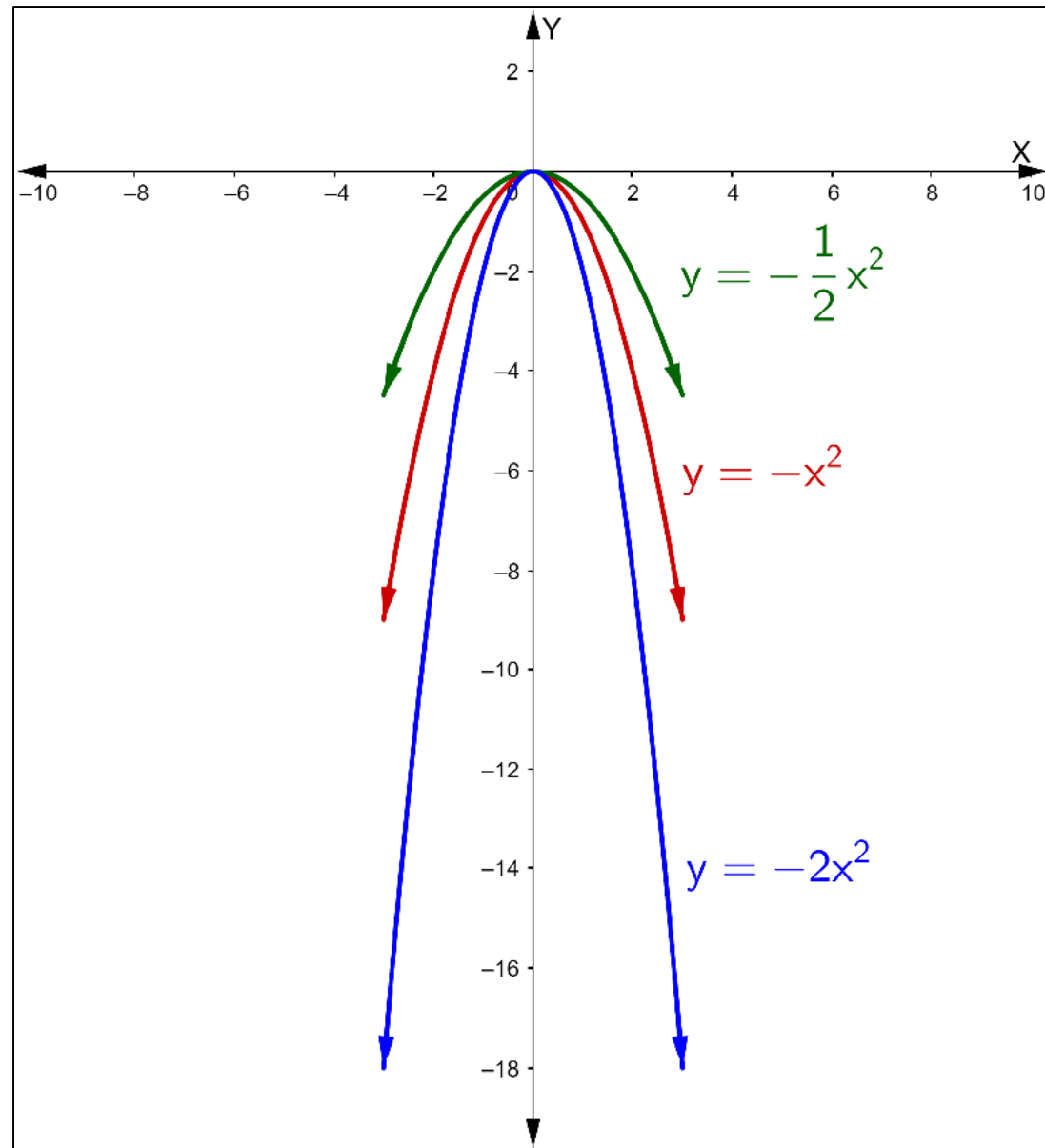


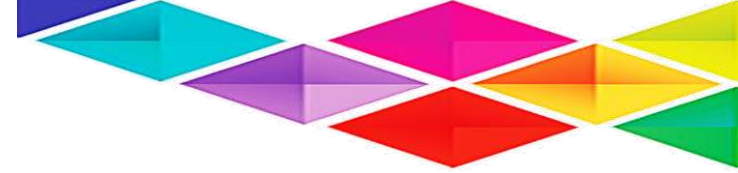




พิจารณากราฟของ $y=ax^2$ เมื่อ $a<0$

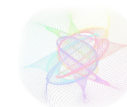
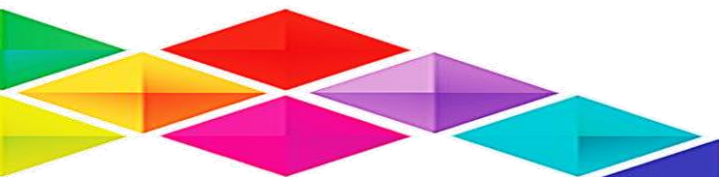


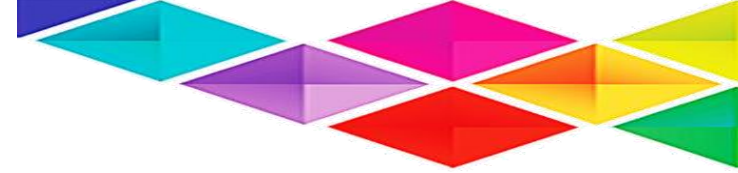




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

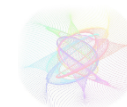
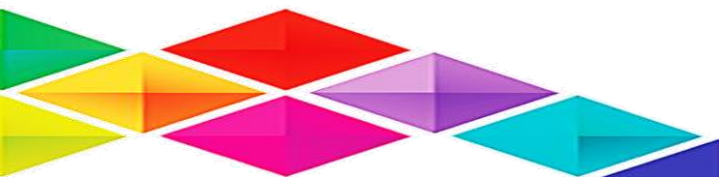
- กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=0$ เป็นแกนสมมาตร
- ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ ซึ่งจะมีจุดสูงสุด

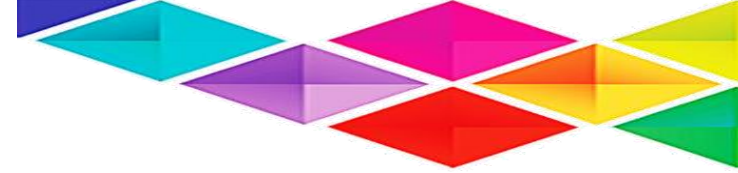




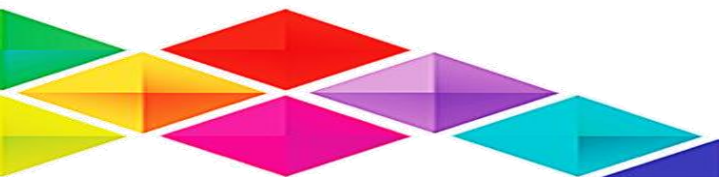
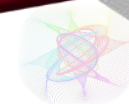
ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

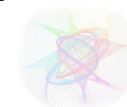
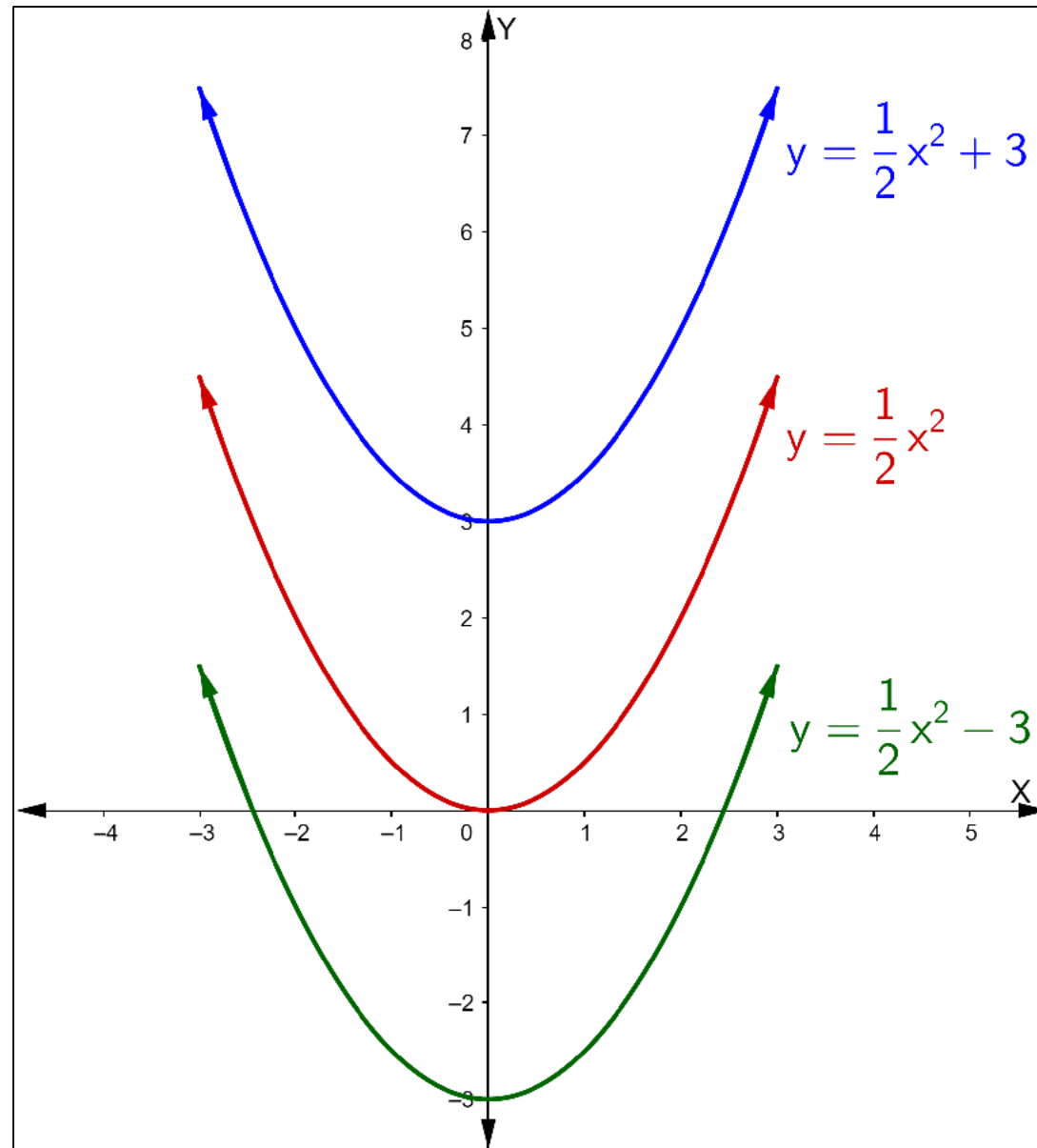
- ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
- ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ
- จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด $(0,0)$

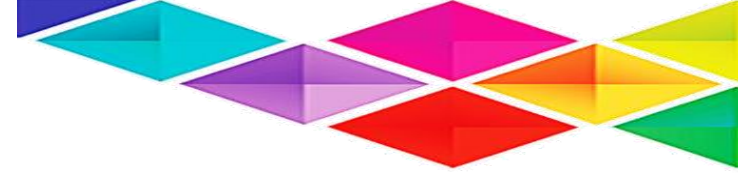




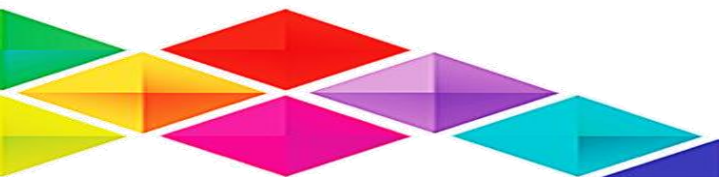
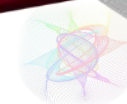
พิจารณากราฟของ $y=ax^2 + k$ เมื่อ $a>0$

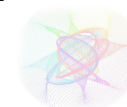
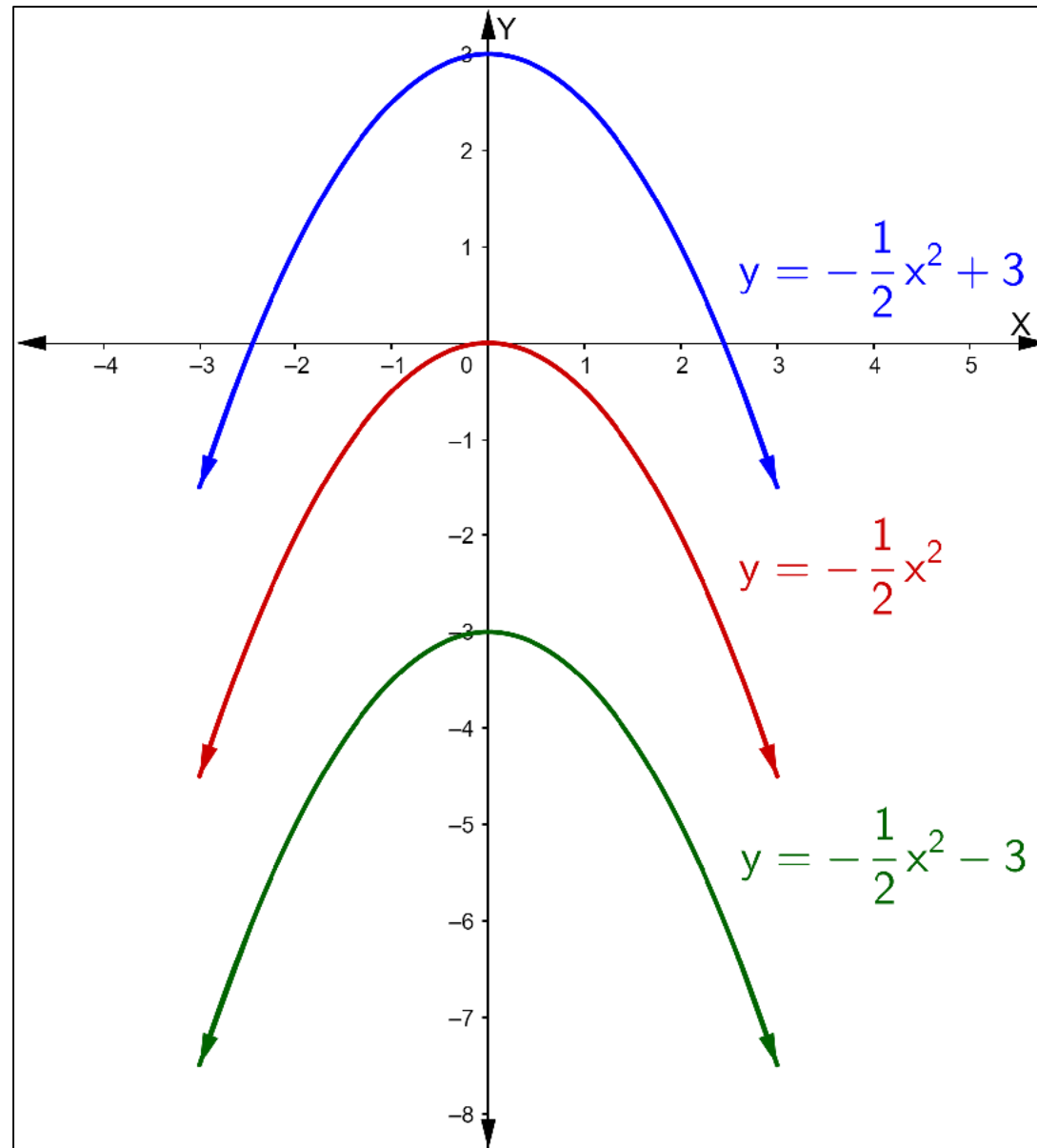


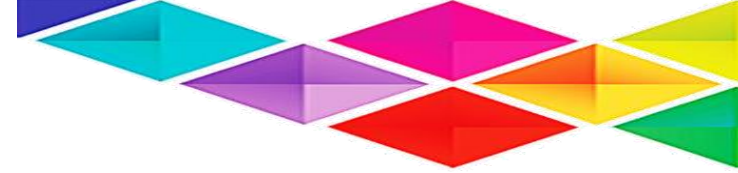




พิจารณากราฟของ $y=ax^2 + k$ เมื่อ $a<0$

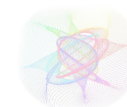
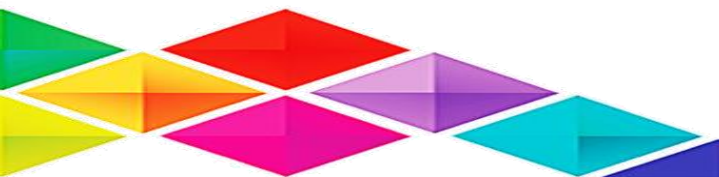


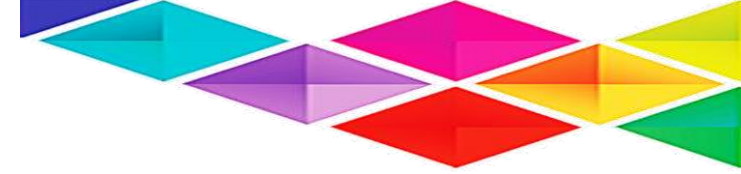




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

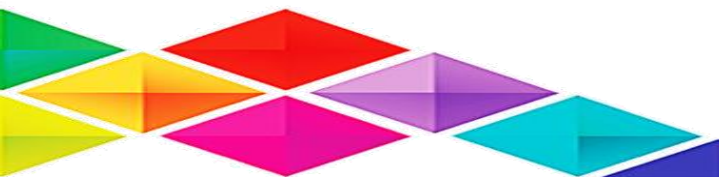
- ❖ กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=0$ เป็นแกนสมมาตร
- ❖ ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่า ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
- ❖ ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

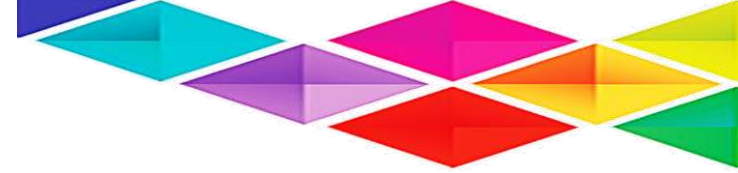




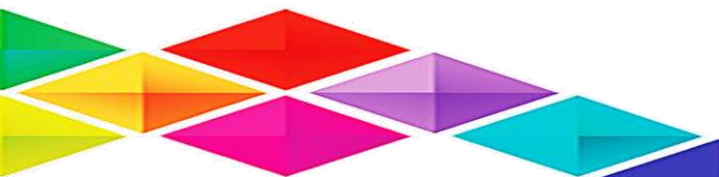
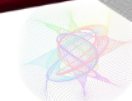
ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

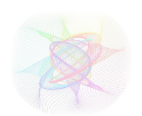
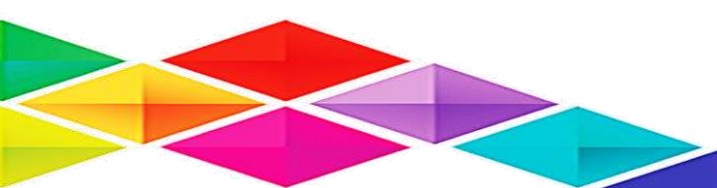
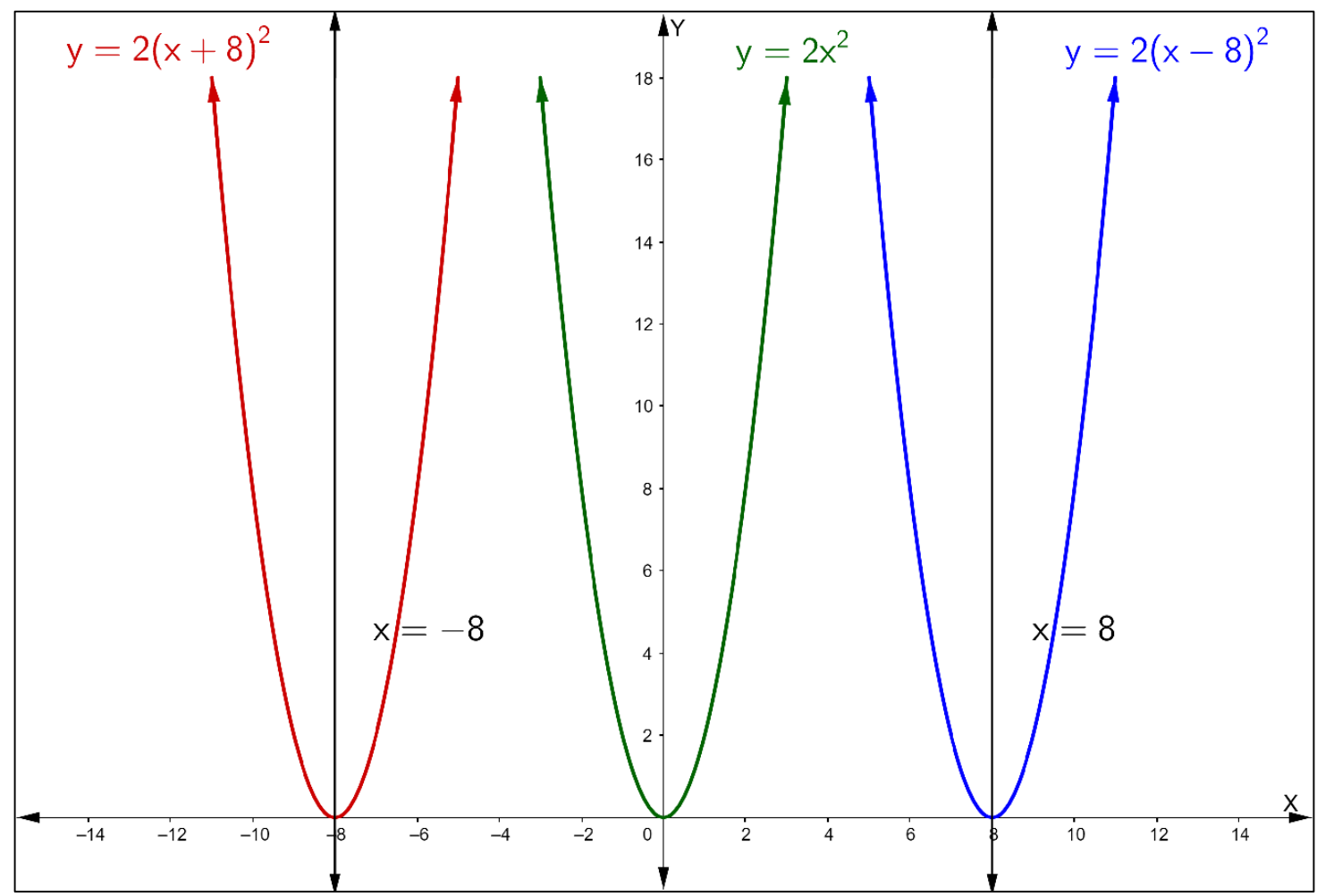
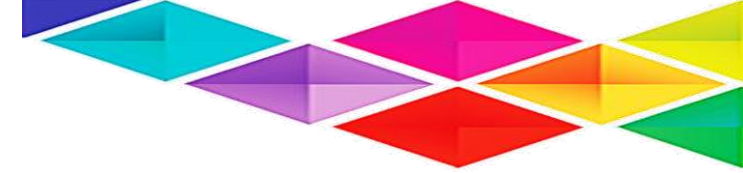
- ❖ จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด $(0,k)$
- ❖ ถ้า $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
- ❖ ถ้า $k < 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน Y ลงมา $|k|$ หน่วย





พิจารณากกราฟของ $y=a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$

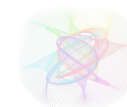






ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$

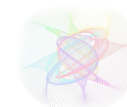
- กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=h$ เป็นแกนสมมาตร
- ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
- ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

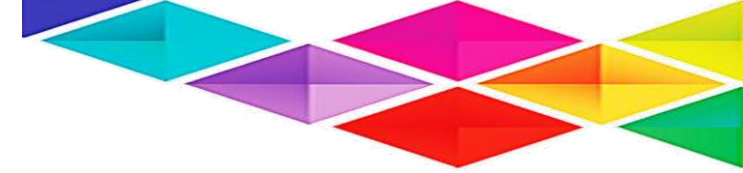




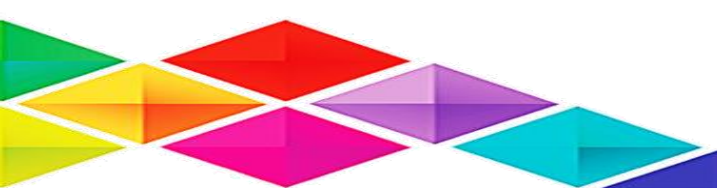
ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$

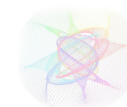
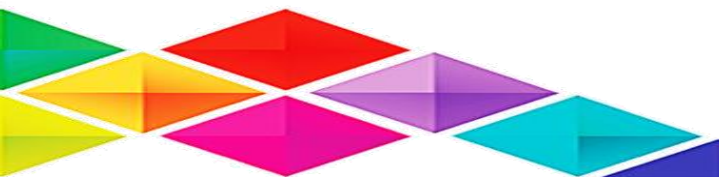
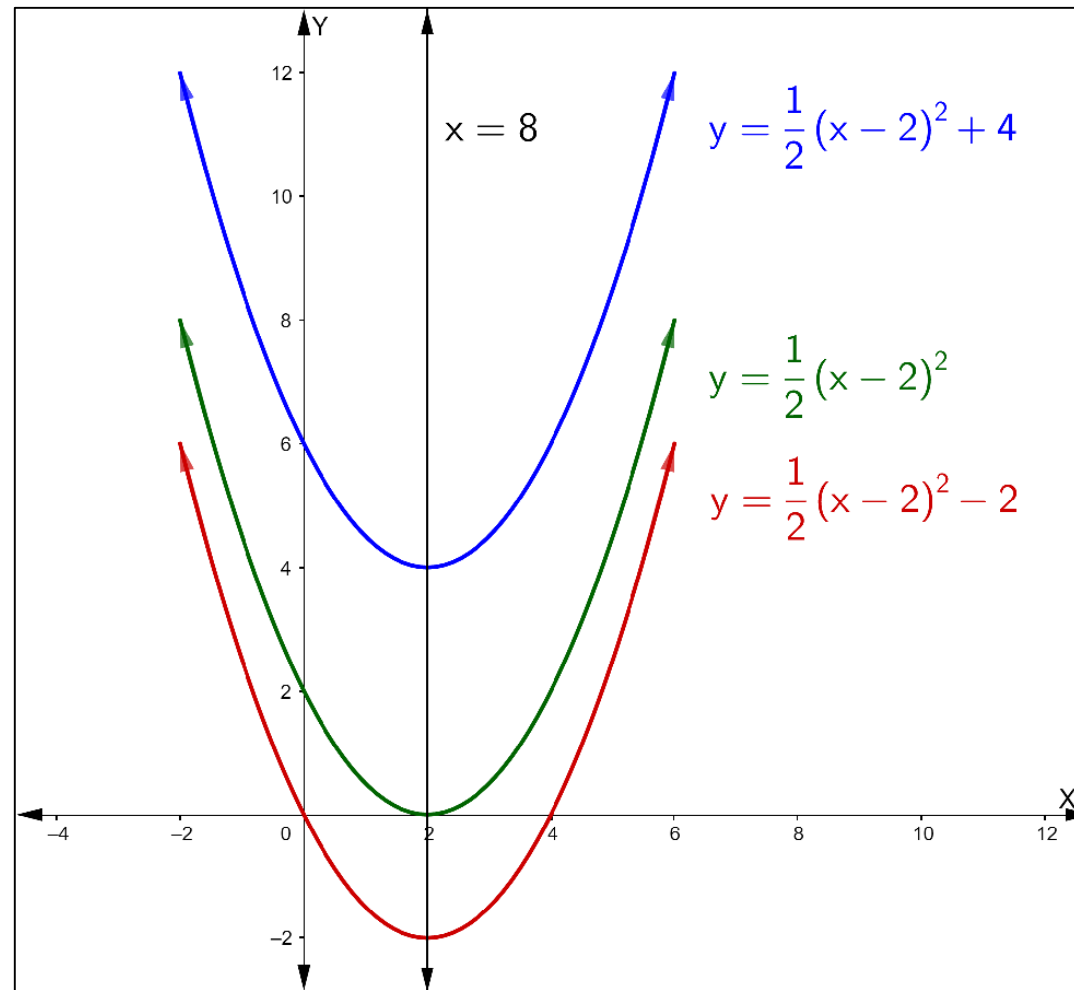
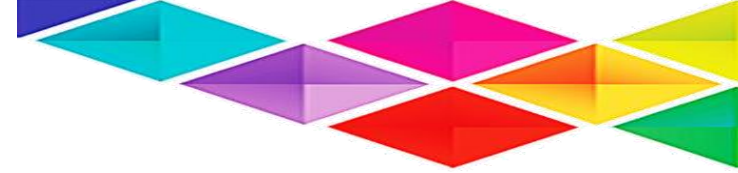
- จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด $(h,0)$
- ถ้า $h > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย
- ถ้า $h < 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย

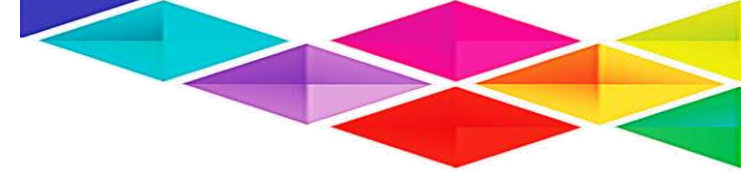




พิจารณากกราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

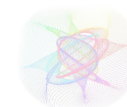
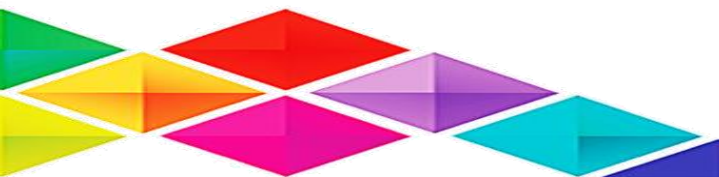


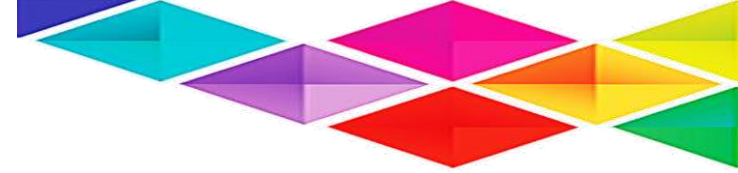




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

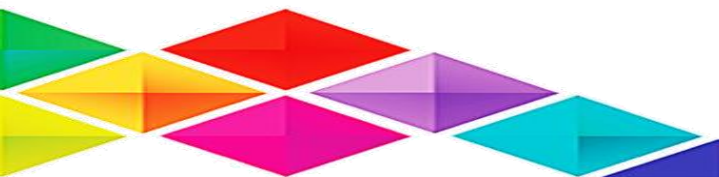
- กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=h$ เป็นแกนสมมาตร
- ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
- ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

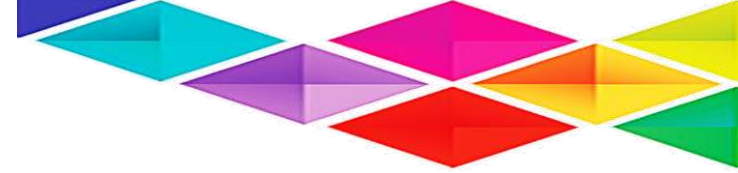




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

- จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด (h, k)
- ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
- ถ้า $h > 0$ และ $k < 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย

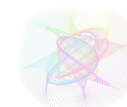
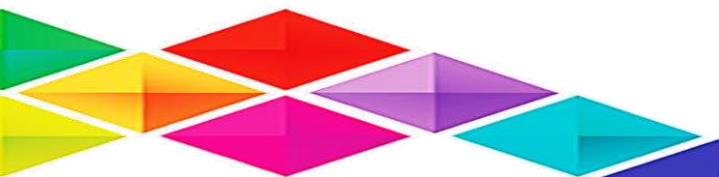


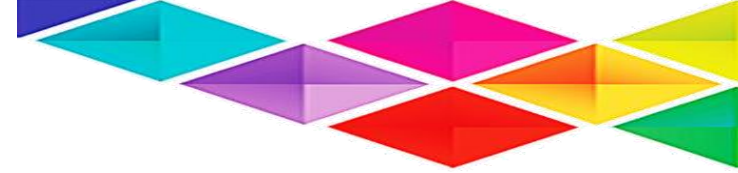


ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

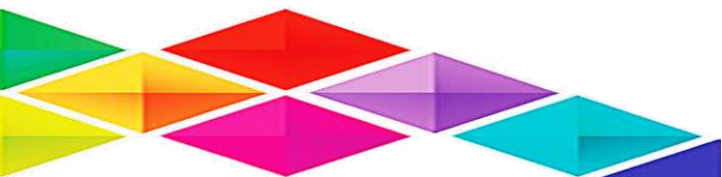
ถ้า $h < 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย

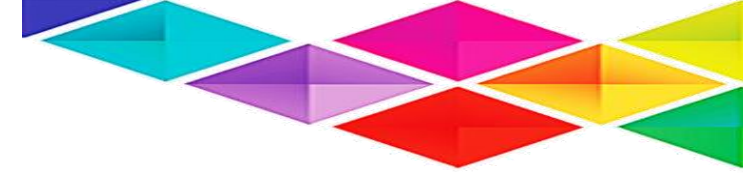
ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย



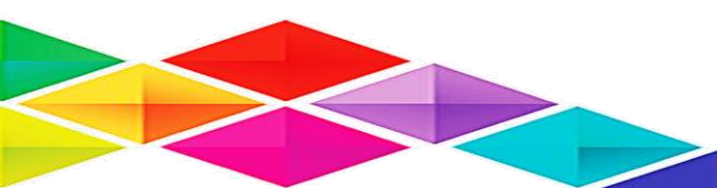


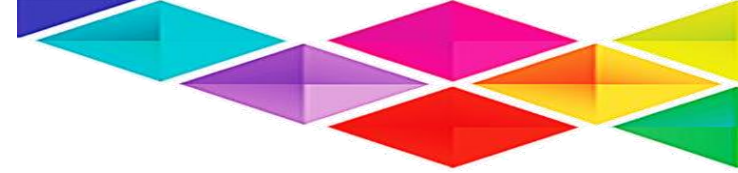
ฟังก์ชันกำลังสอง ที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เรียกว่ารูปทั่วไป
หรืออยู่ใน $y = a(x - h)^2 + k$ เรียกว่ารูปมาตรฐาน เมื่อ $a \neq 0$





หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสองที่
อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$
กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$





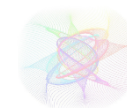
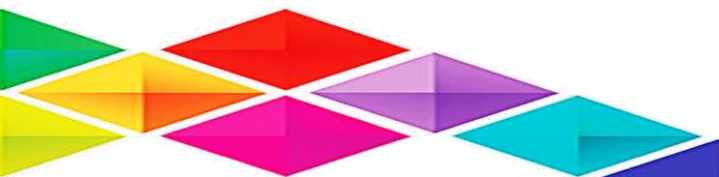
พิจารณา รูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$

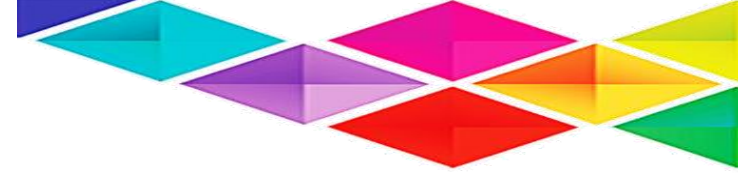
จะได้

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left[x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{ab^2}{4a^2}$$



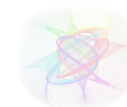
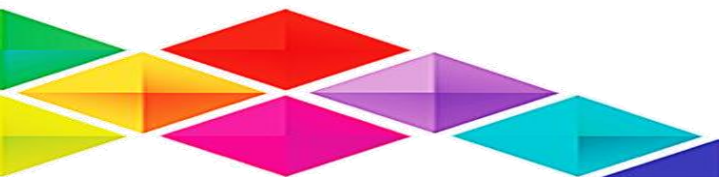


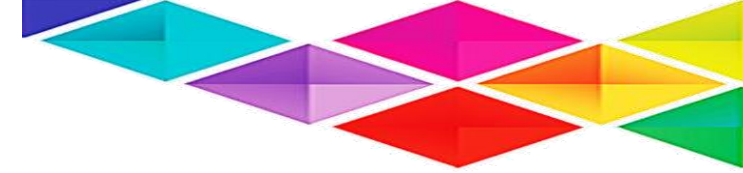
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

ดังนั้น $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = a(x - h)^2 + k$

นั่นคือ $h = -\frac{b}{2a}$ และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

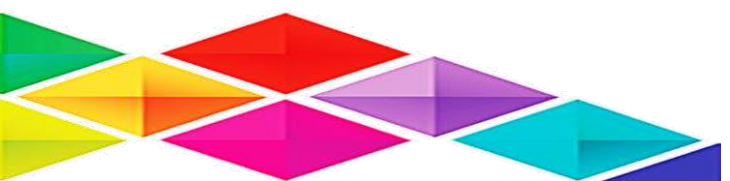
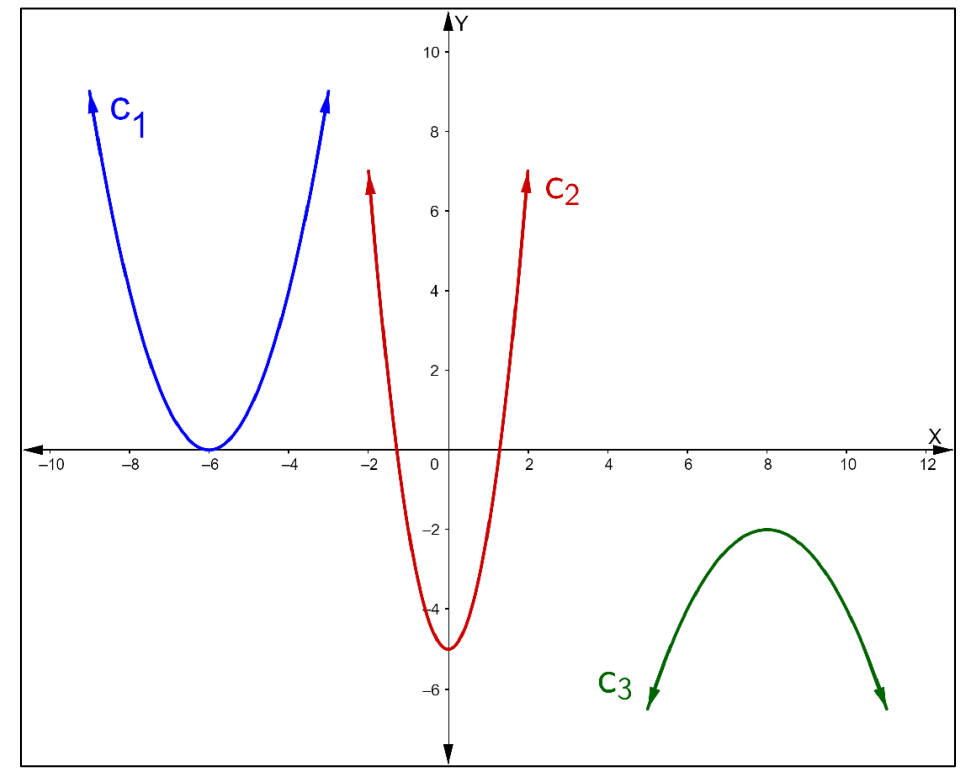




ตรวจสอบความเข้าใจ

จงพิจารณาว่ากราฟ c_1 , c_2 และ c_3 เป็นกราฟของฟังก์ชันใดต่อไปนี้

1. $3x^2-5$
2. $(x+6)^2$
3. $-\frac{1}{2}(x-8)^2-2$



$$1. y = 3x^2 - 5$$

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป

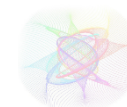
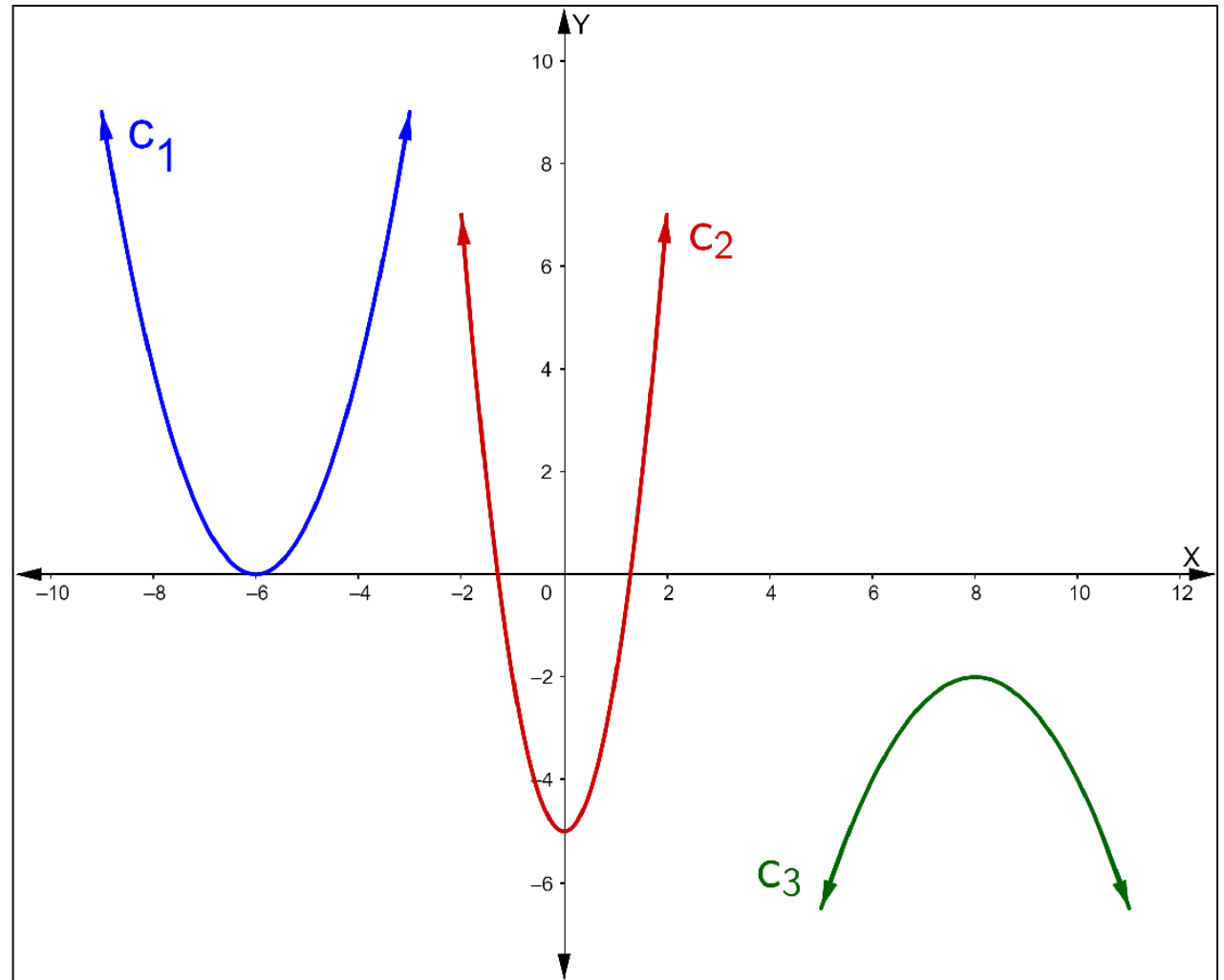
$$y = a(x - h)^2 + k$$

โดยที่ $h = 0$ และ $k = -5$

จะได้ จุดยอดของ $y = 3x^2 - 5$

คือ $(0, -5)$

ดังนั้น C_2 เป็นกราฟของ $y = 3x^2 - 5$



2. $y = (x+6)^2$

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป

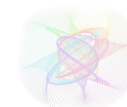
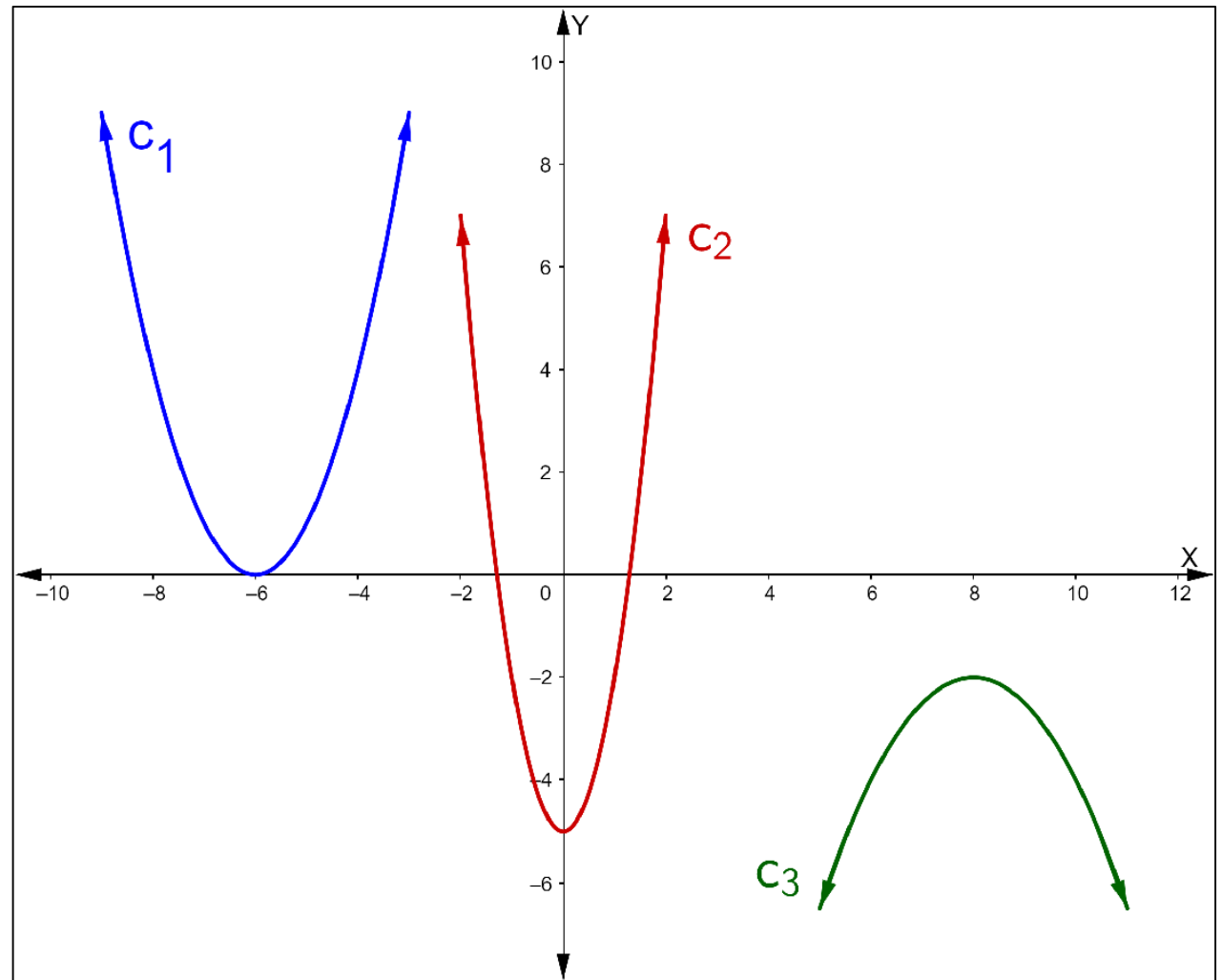
$$y = a(x - h)^2 + k$$

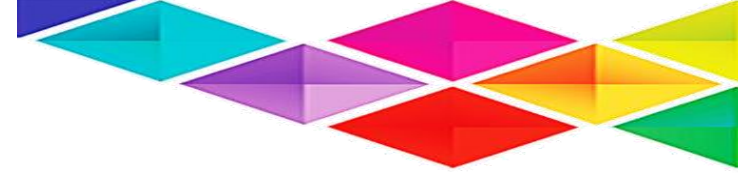
โดยที่ $h = -6$ และ $k = 0$

จะได้ จุดยอดของ $y = (x+6)^2$

คือ $(-6, 0)$

ดังนั้น C_1 เป็นกราฟของ $y = (x+6)^2$





$$3. y = -\frac{1}{2}(x-8)^2-2$$

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป

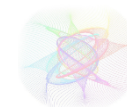
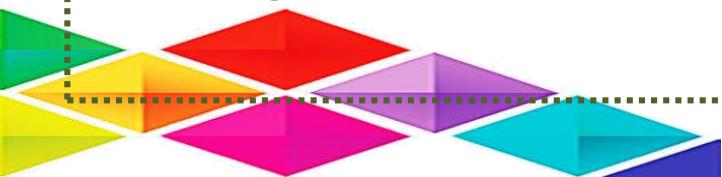
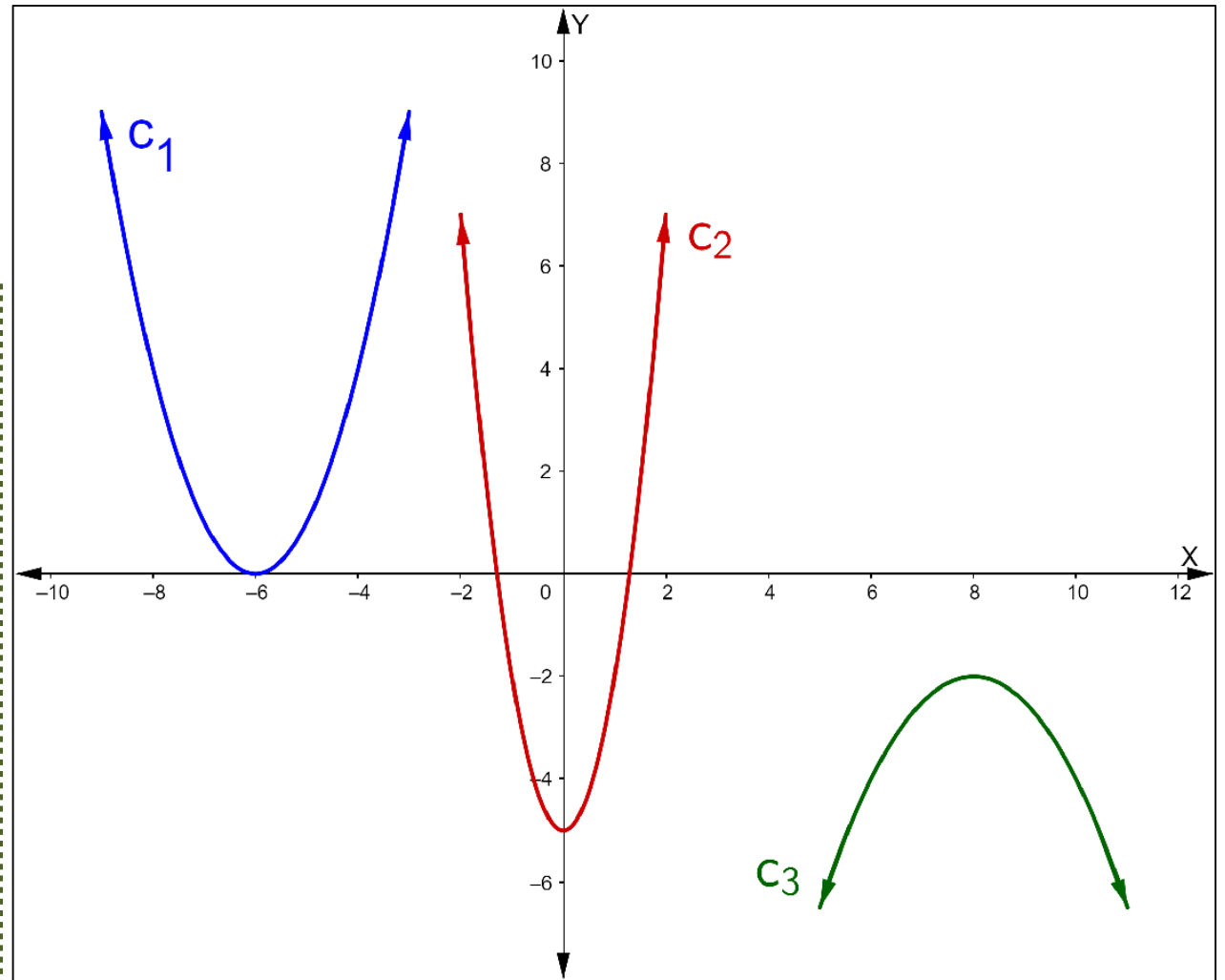
$$y = a(x - h)^2 + k$$

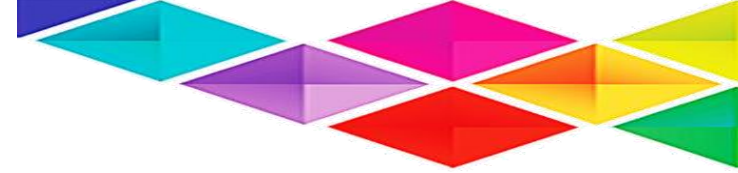
โดยที่ $h = 8$ และ $k = -2$

จะได้ จุดยอดของ $y = -\frac{1}{2}(x-8)^2-2$

คือ $(8,-2)$

ดังนั้น C_3 เป็นกราฟของ $y = -\frac{1}{2}(x-8)^2-2$

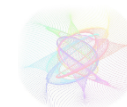
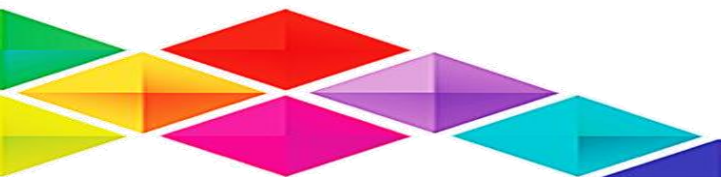


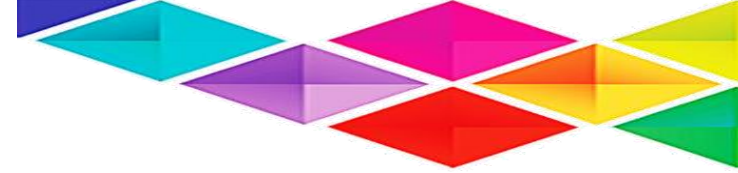


ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำ หรือหงาย	จุดสูงสุดหรือ จุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
1	$y = -x^2 + 1$				
2	$y = 2(x-3)^2 - 8$				
3	$y = 3x^2 - 6x + 5$				



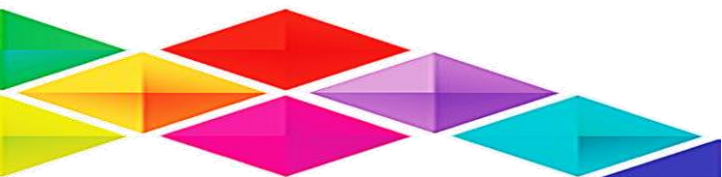


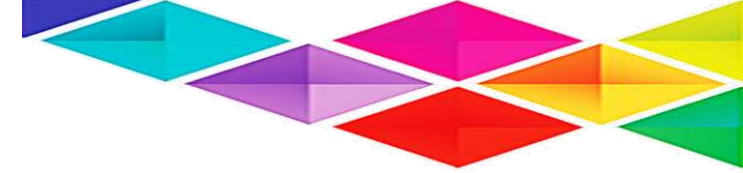
ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำ หรือหงาย	จุดสูงสุดหรือ จุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
1	$y = -x^2 + 1$				

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยที่ $a = -1 < 0$, $h = 0$ และ $k = 1$ จะได้ ลักษณะกราฟเป็นกราฟคว่ำ ซึ่งมียอดคือ $(0,1)$ เป็นจุดสูงสุด และมี $x=0$ เป็นแกนสมมาตร

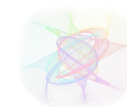
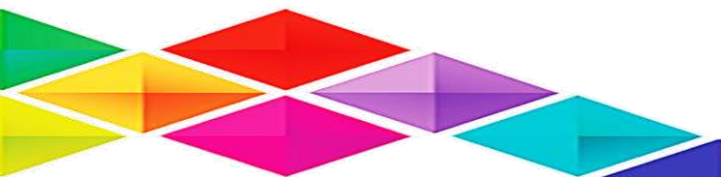


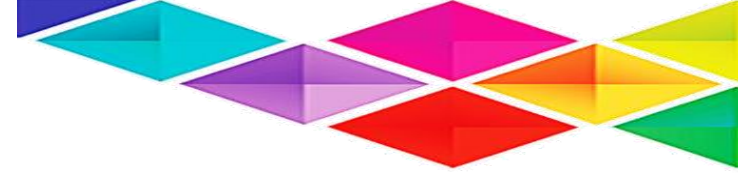


ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำหรือหงาย	จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
1	$y = -x^2 + 1$	คว่ำ	จุดสูงสุด	$x = 0$	$(0, 1)$
2	$y = 2(x - 3)^2 - 8$				
3	$y = 3x^2 - 6x + 5$				



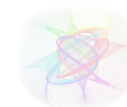
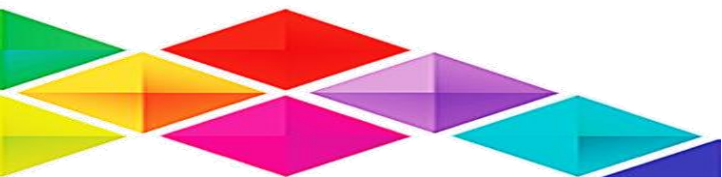


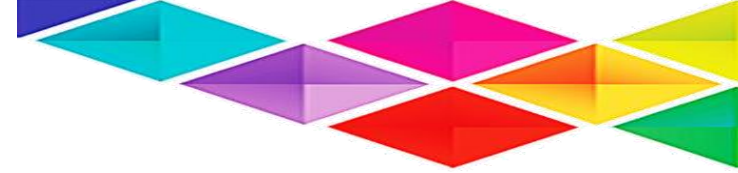
ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำ หรือหงาย	จุดสูงสุดหรือ จุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
2	$y = 2(x-3)^2 - 8$				

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยที่ $a = 2 > 0$, $h = 3$ และ $k = -8$ จะได้ ลักษณะกราฟเป็นกราฟหงาย ซึ่งมียอดคือ $(0, -8)$ เป็นจุดสูงสุด และมี $x=3$ เป็นแกนสมมาตร

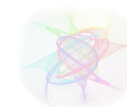
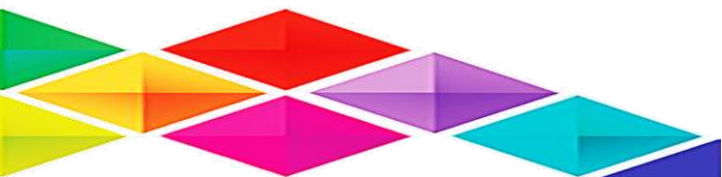


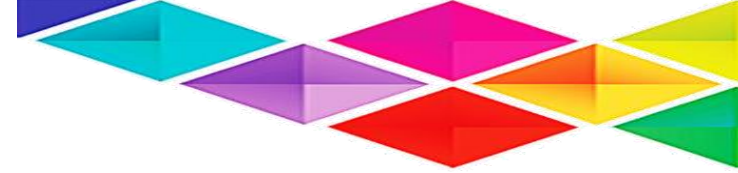


ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำหรือหงาย	จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
1	$y = -x^2 + 1$	คว่ำ	จุดสูงสุด	$x = 0$	$(0, 1)$
2	$y = 2(x - 3)^2 - 8$	หงาย	จุดต่ำสุด	$x = 3$	$(3, -8)$
3	$y = 3x^2 - 6x + 5$				





ตรวจสอบความเข้าใจ

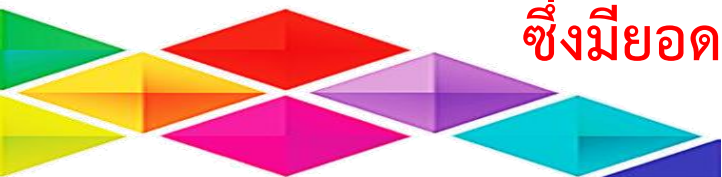
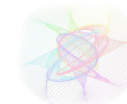
จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

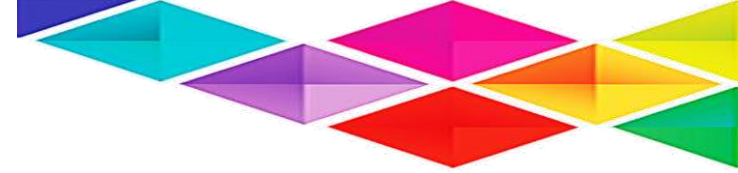
ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำหรือหงาย	จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
3	$y = 3x^2 - 6x + 5$				

จากโจทย์ สามารถจัดอยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยที่ $a = 3 > 0$, $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2(3)} = 1$

และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(3)(5) - (-6)^2}{4(3)} = \frac{24}{12} = 2$ จะได้ ลักษณะกราฟเป็นกราฟหงาย

ซึ่งมียอดคือ $(1, 2)$ เป็นจุดสูงสุด และมี $x=1$ เป็นแกนสมมาตร

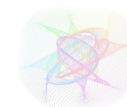
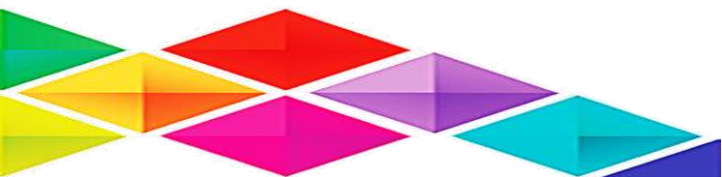


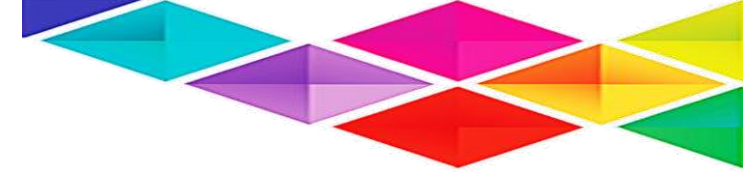


ตรวจสอบความเข้าใจ

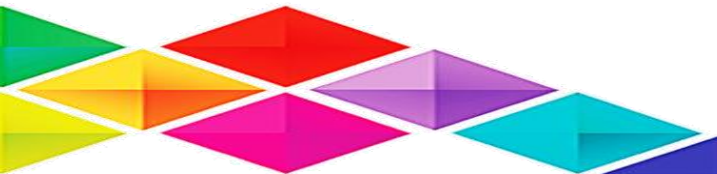
จงเติมข้อมูลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

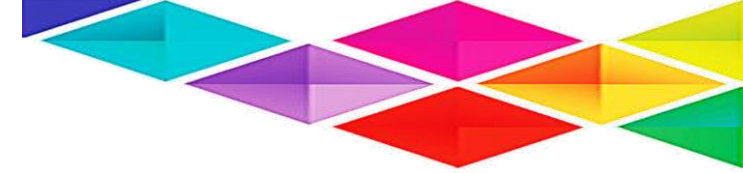
ข้อ	ฟังก์ชัน	กราฟคว่ำหรือหงาย	จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด	แกนสมมาตร	จุดยอด
1	$y = -x^2 + 1$	คว่ำ	จุดสูงสุด	$x = 0$	$(0, 1)$
2	$y = 2(x - 3)^2 - 8$	หงาย	จุดต่ำสุด	$x = 3$	$(3, -8)$
3	$y = 3x^2 - 6x + 5$	หงาย	จุดต่ำสุด	$x = 1$	$(1, 2)$





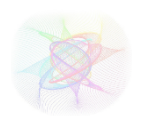
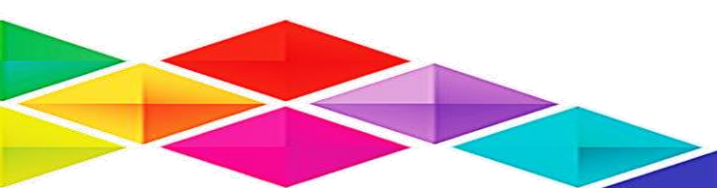
สรุป

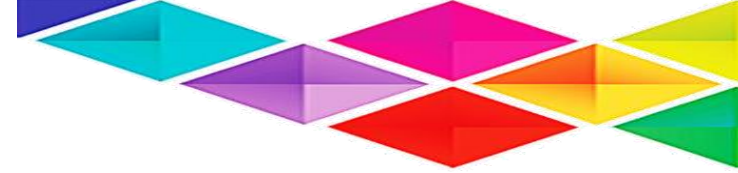




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

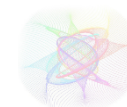
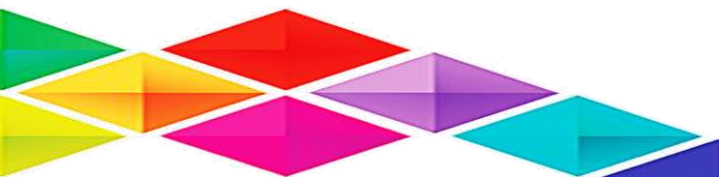
- กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=h$ เป็นแกนสมมาตร
- ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
- ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

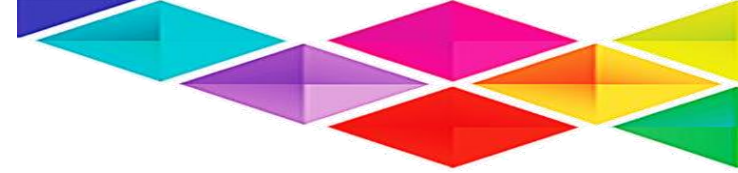




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

- จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด (h, k)
- ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
- ถ้า $h > 0$ และ $k < 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย

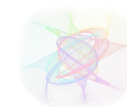
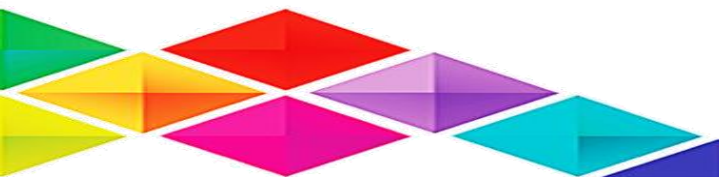




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

ถ้า $h < 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย

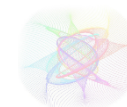
ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย



ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสอง

ที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$
กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

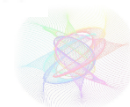
คือ $h = -\frac{b}{2a}$ และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

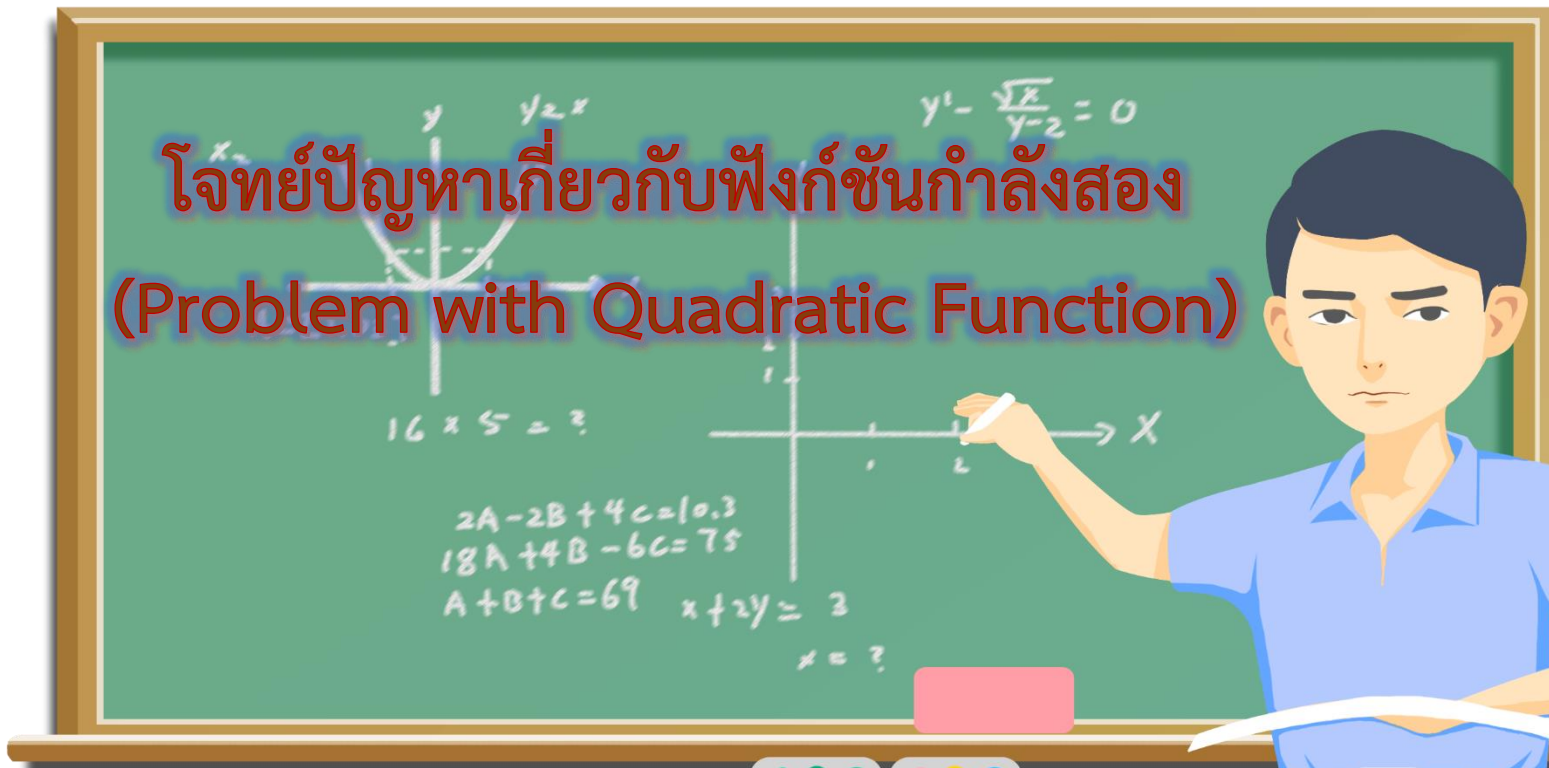
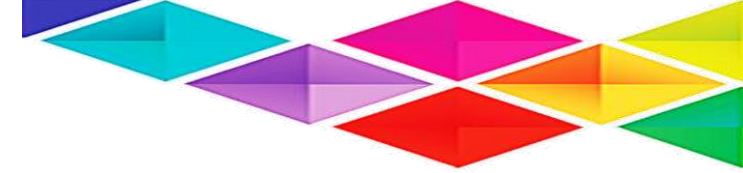




*M*athematics *E*ducation KAMPHAENG PHET RAJABHAT UNIVERSITY

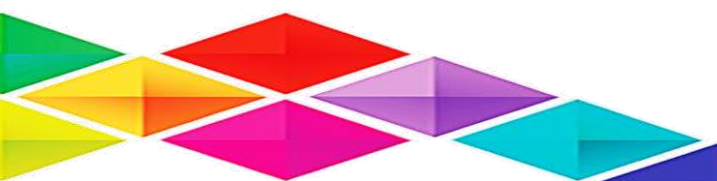
โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

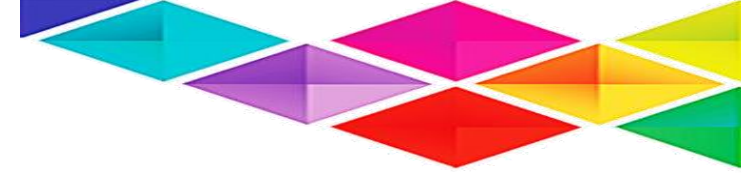




โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง
(Problem with Quadratic Function)

โดย อาจารย์จิรพงศ์ พวงมาลัย





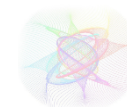
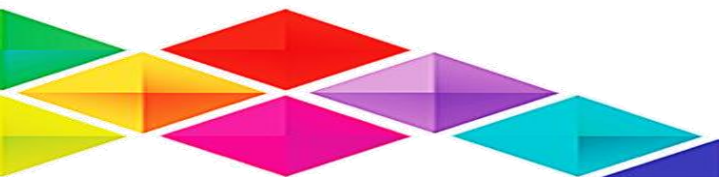
ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่

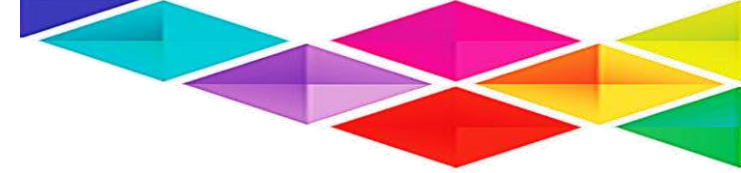
ในรูป $y = ax^2 + bx + c$

หรือ $f(x) = ax^2 + bx + c$

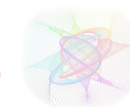
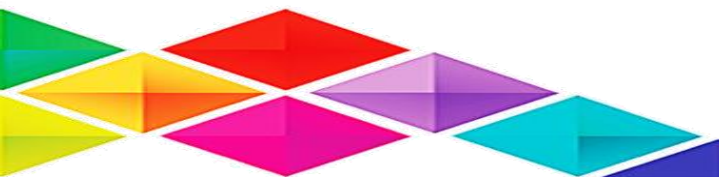
เมื่อ **a, b** และ **c** เป็นค่าคงตัว โดยที่ $a \neq 0$

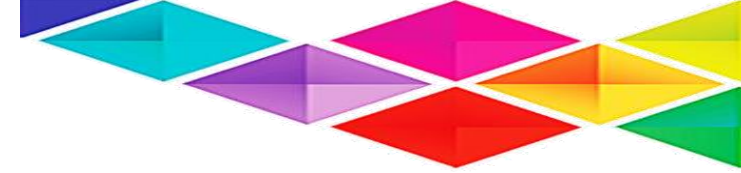
สมการพาราโบลา





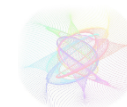
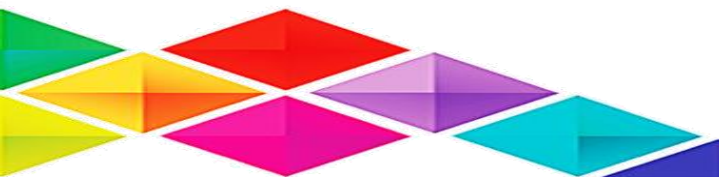
ฟังก์ชันกำลังสอง ที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เรียกว่ารูปทั่วไป
หรืออยู่ใน $y = a(x - h)^2 + k$ เรียกว่ารูปมาตรฐาน เมื่อ $a \neq 0$

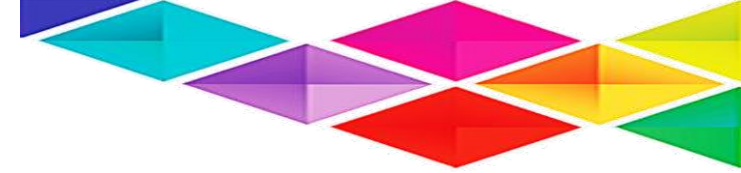




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

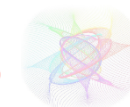
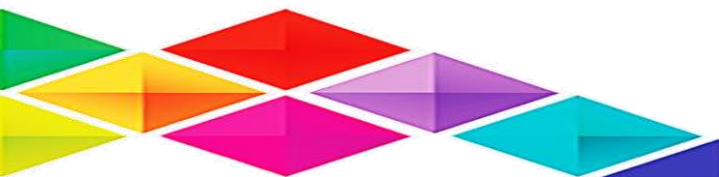
- ❖ กราฟเป็นพาราโบลาที่เป็นรูปสมมาตร โดยมีแกน Y หรือ $x=h$ เป็นแกนสมมาตร
- ❖ ถ้า $a > 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ซึ่งจะมีจุดต่ำสุด
ถ้า $a < 0$ กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่า ซึ่งจะมีจุดสูงสุด
- ❖ ถ้า $|a|$ มีค่าน้อยลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานมากขึ้นเรื่อย ๆ
ถ้า $|a|$ มีค่ามากลงเรื่อย ๆ แล้วกราฟจะมีลักษณะบานน้อยลงเรื่อย ๆ

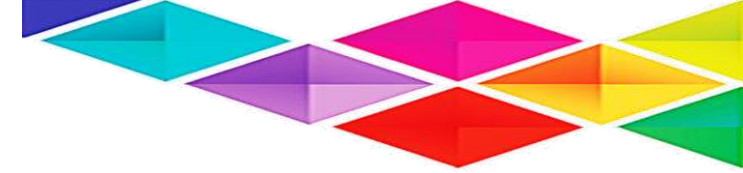




ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

- ❖ จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟอยู่ที่จุด (h, k)
- ❖ ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย
- ❖ ถ้า $h > 0$ และ $k < 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางขวา h หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย

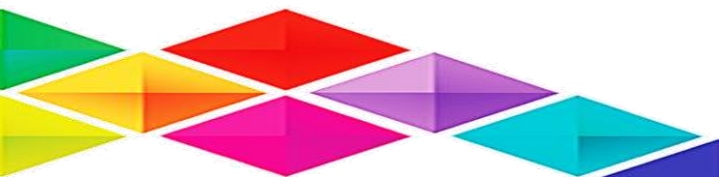


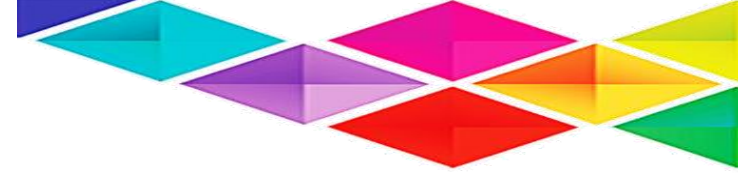


ลักษณะทั่วไปของ กราฟของ $y=a(x-h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$

ถ้า $h < 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป k หน่วย

ถ้า $h > 0$ และ $k > 0$ กราฟของ $y=ax^2$ จะเลื่อนขนานตามแกน X ไปทางซ้าย $|h|$ หน่วย และเลื่อนขนานตามแกน Y ขึ้นไป $|k|$ หน่วย

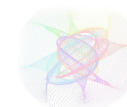
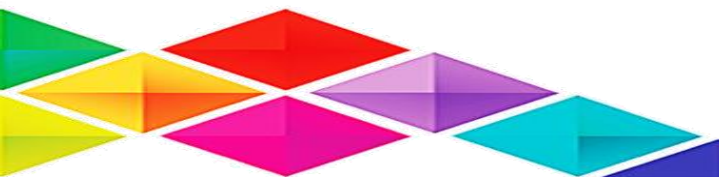


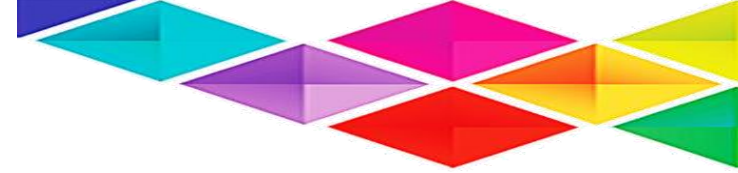


ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวของฟังก์ชันกำลังสอง

ที่อยู่ในรูปมาตรฐาน $y = a(x - h)^2 + k$
กับรูปทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

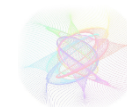
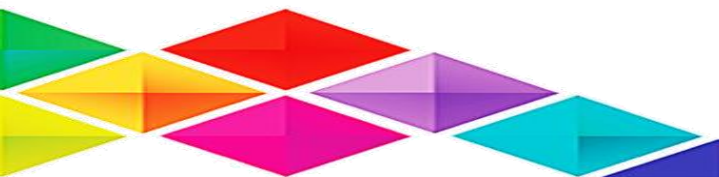
คือ $h = -\frac{b}{2a}$ และ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

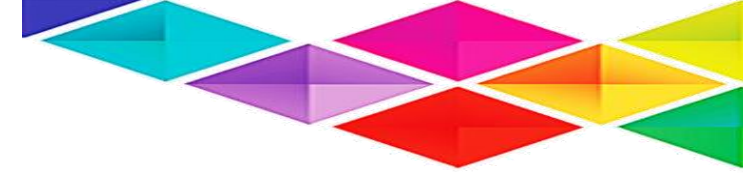




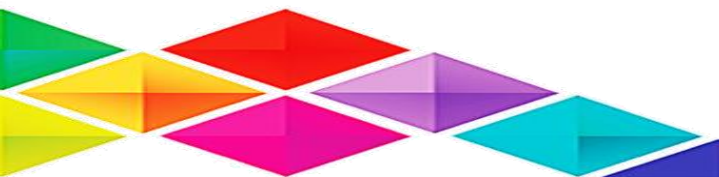
ข้อแนะนำในการทำโจทย์

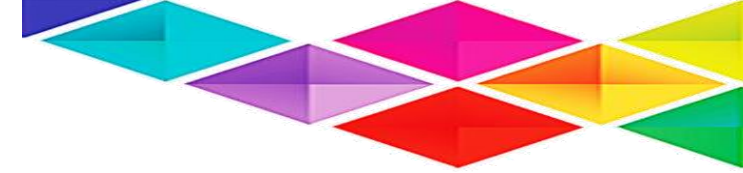
- โจทย์ต้องการหาอะไรบ้าง
- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง





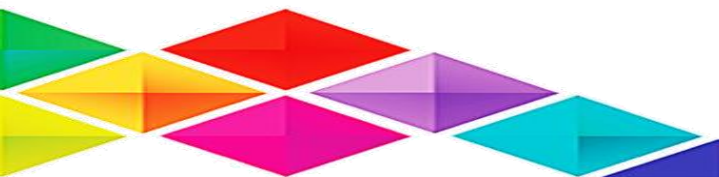
จงหาฟังก์ชันกำลังสองของกราฟพาราโบลา
มีจุดยอดที่จุด $(3, 2)$ และผ่านจุด $(5, -2)$

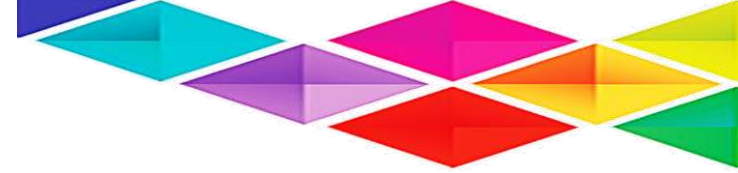




□ โจทย์ต้องการหาอะไรบ้าง

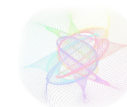
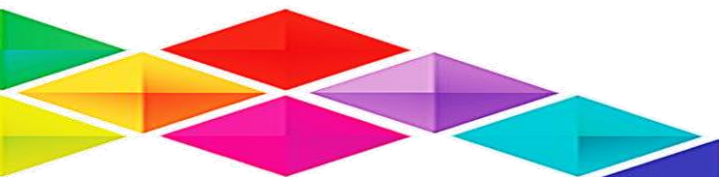
Ans ฟังก์ชันกำลังสอง

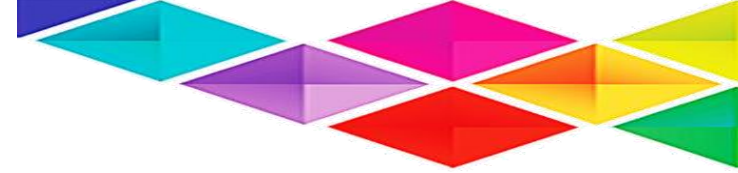




□ โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

Ans จุดยอด คือจุด $(3, 2)$ และผ่านจุด $(5, -2)$





เนื่องจากจุดยอดของกราฟพาราโบลา คือ จุด $(3, 2)$

จะได้ฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูปมาตรฐาน คือ $y = a(x - 3)^2 + 2$

และกราฟของฟังก์ชันผ่านจุด $(5, -2)$ แทนค่า $x = 5$ และ $y = -2$

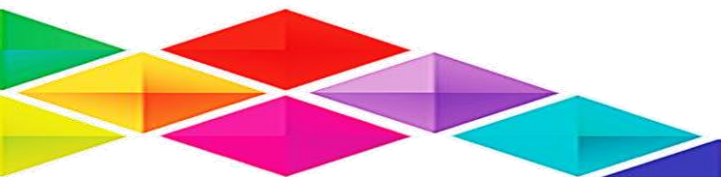
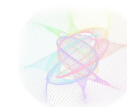
ลงในรูปมาตรฐาน

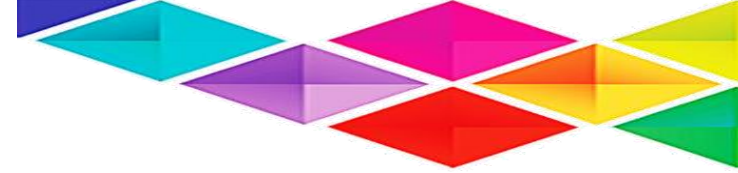
จะได้
$$-2 = a(5 - 3)^2 + 2$$

$$= a(2)^2 + 2$$

$$= 4a + 2$$

นั่นคือ
$$a = -1$$

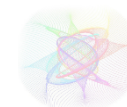


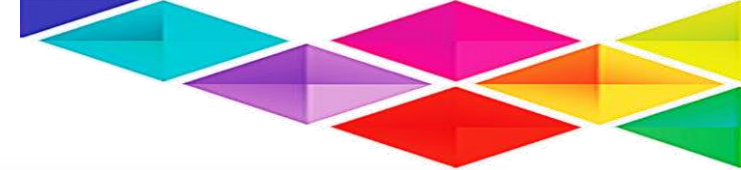


ดังนั้น ฟังก์ชันกำลังสองที่มีจุดยอดที่จุด $(3, 2)$ และผ่านจุด $(5, -2)$

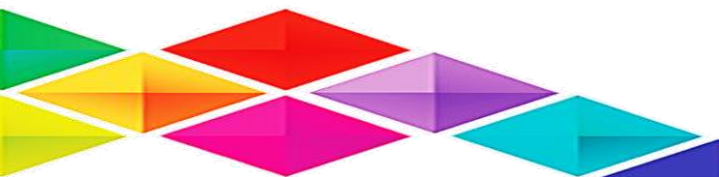
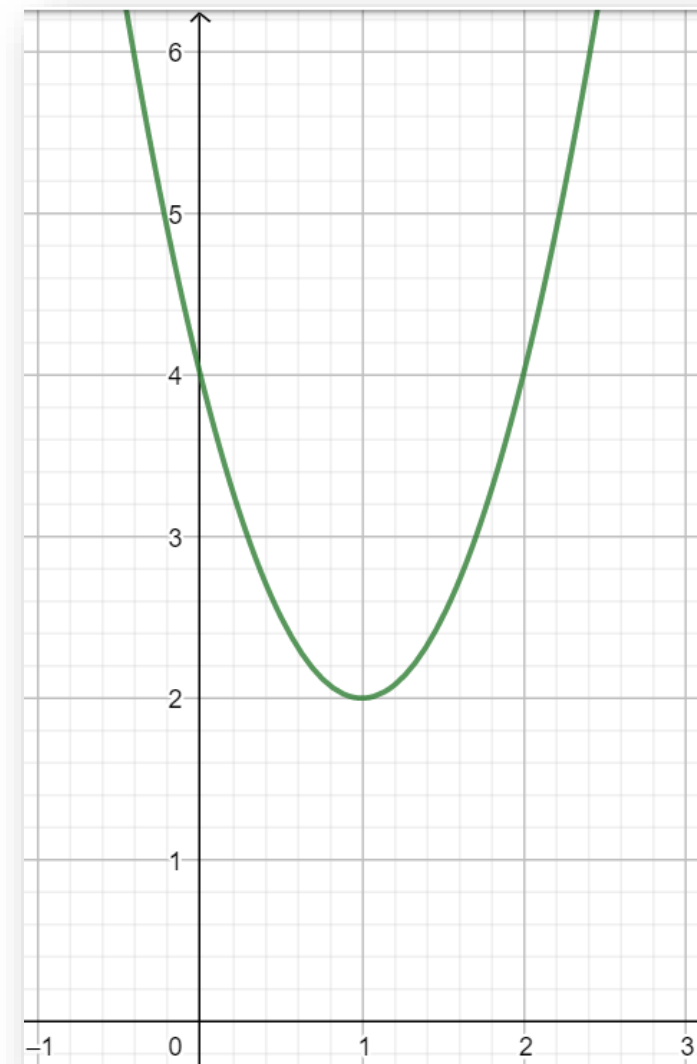
คือ

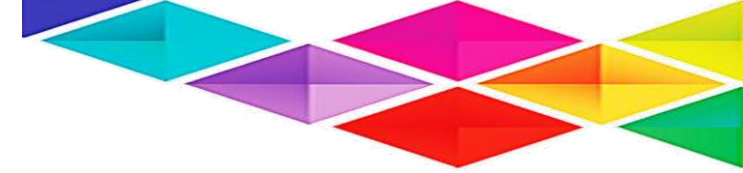
$$\begin{aligned}y &= (-1)(x - 3)^2 + 2 \\&= (-1)(x^2 - 6x + 9) + 2 \\&= -x^2 + 6x - 9 + 2 \\y &= -x^2 + 6x - 7\end{aligned}$$





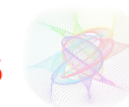
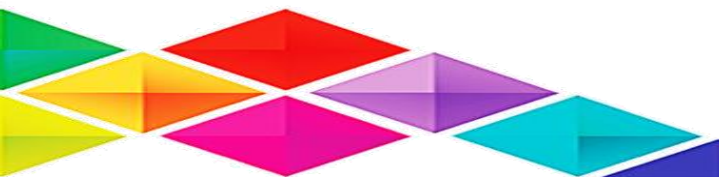
จงหาฟังก์ชันกำลังสองของกราฟพาราโบลา ที่มีลักษณะดังรูป

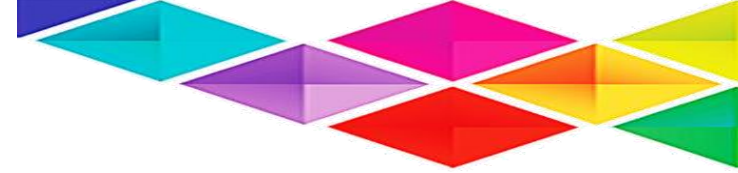




□ โจทย์ต้องการหาอะไรบ้าง

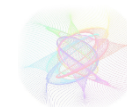
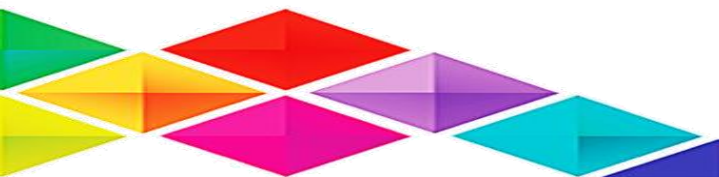
Ans ฟังก์ชันกำลังสอง

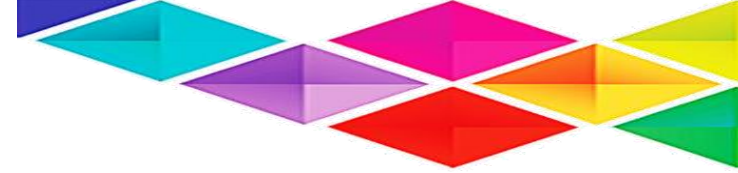




□ โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

Ans จุดยอด คือจุด $(1, 2)$ และผ่านจุด $(0, 4)$





เนื่องจากจุดยอดของกราฟพาราโบลา คือ จุด $(1, 2)$

จะได้ฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูปมาตรฐาน คือ $y = a(x - 1)^2 + 2$

และกราฟของฟังก์ชันผ่านจุด $(0, 4)$ แทนค่า $x = 0$ และ $y = 4$

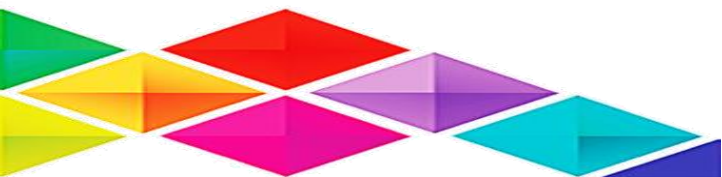
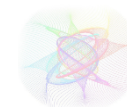
ลงในรูปมาตรฐาน

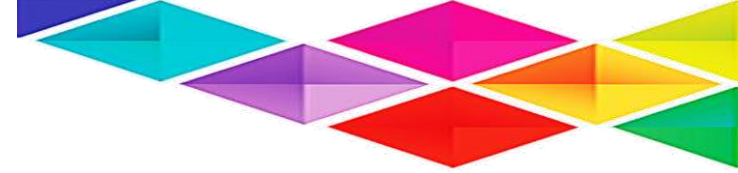
จะได้ $4 = a(0 - 1)^2 + 2$

$$= a(-1)^2 + 2$$

$$= a + 2$$

นั่นคือ $a = 2$





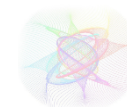
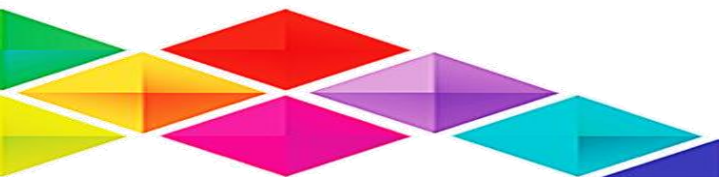
ดังนั้น ฟังก์ชันกำลังสองที่มีจุดยอดที่จุด $(1, 2)$ และผ่านจุด $(0, 4)$

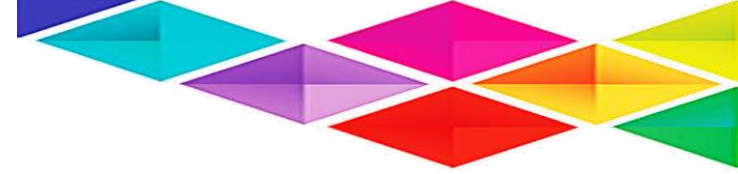
คือ

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 1)^2 + 2 \\&= 2(x^2 - 2x + 1) + 2 \\&= 2x^2 - 4x + 2 + 2\end{aligned}$$

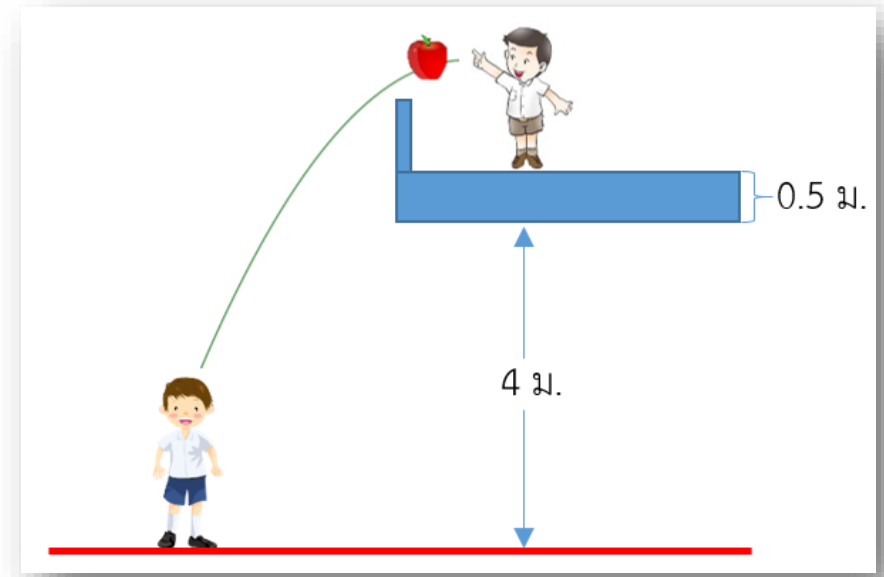
นั่นคือ

$$y = 2x^2 - 4x + 4$$

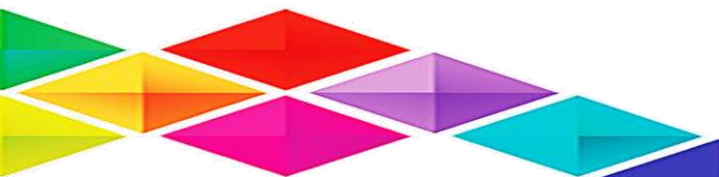


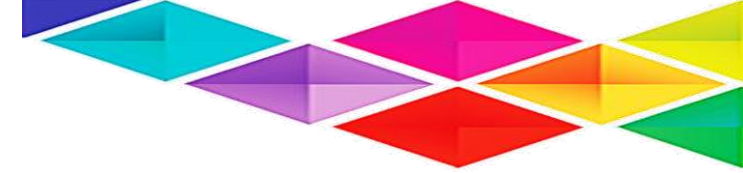


นนต้องการโยนแอปเปิลให้น้องชาย โดยน้องชายอยู่บนชั้นที่สองของอาคารซึ่งอยู่สูงขึ้นไปจากชั้นที่หนึ่งเป็นระยะ 4 เมตร ถ้านนต้องการให้น้องชายรับแอปเปิลได้ในขณะที่แอปเปิลขึ้นไปสูงสุดพอดี การโยนครั้งนี้มีความสัมพันธ์ระหว่างความสูงจากพื้น (h) ในหน่วยเมตร และระยะเวลา (t) ในหน่วยวินาที ดังสมการ $h = 1.5 + 4t - t^2$



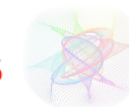
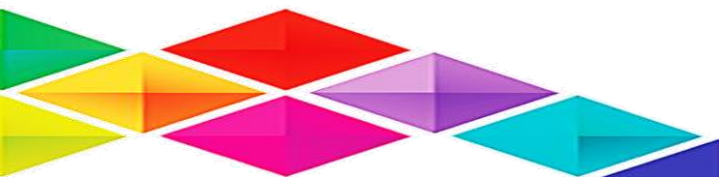
- อยากทราบว่า น้องชายของนนจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใดและอยู่สูงจากพื้นเป็นระยะทางเท่าใด และถ้าน้องชายของนนรับแอปเปิลไม่ได้ แอปเปิลจะหล่นบนพื้นที่อยู่บนชั้นที่สองเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด กำหนดให้ความหนาของพื้นชั้นที่สองหนา 0.5 เมตร

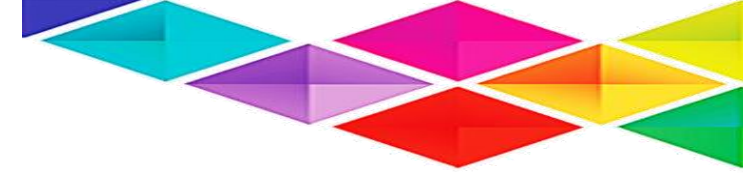




❖ โจทย์ต้องการให้อะไรบ้าง

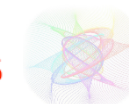
- Ans (1) น้องชายของนนจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลาเท่าใดและอยู่สูงจากพื้นเท่าใด
(2) ถ้าน้องชายของนนรับแอปเปิลไม่ได้แอปเปิลจะหล่นบนพื้นที่อยู่บนชั้น
สองเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด

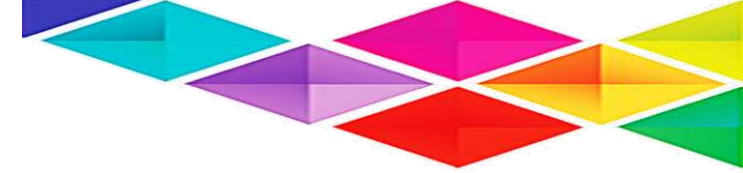




❖ โจทย์กำหนดตออะไรมาให้บ้าง

- Ans
- (1) พื้นชั้นสองของอาคารอยู่สูงขึ้นไปจากพื้นชั้นหนึ่ง เท่ากับ 4.5 เมตร
 - (2) น้องชายของนรรับแอปเปิลได้ในจังหวะที่แอปเปิลขึ้นไปสูงที่สุดพอดี
 - (3) ความสัมพันธ์ $h = 1.5 + 4t - t^2$ เมื่อ h คือ ความสูง (เมตร) และ t คือเวลา (วินาที)





เนื่องจากฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูปทั่วไป $h = 1.5 + 4t - t^2$
จะได้ $a = -1$, $b = 4$ และ $c = 1.5$

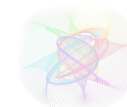
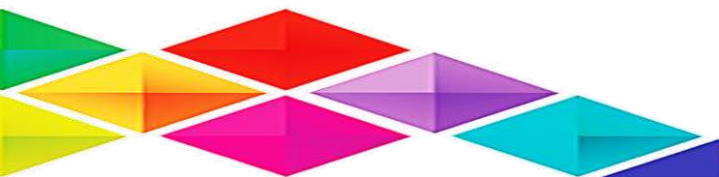
สามารถเขียนให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $h = a(t - h)^2 + k$

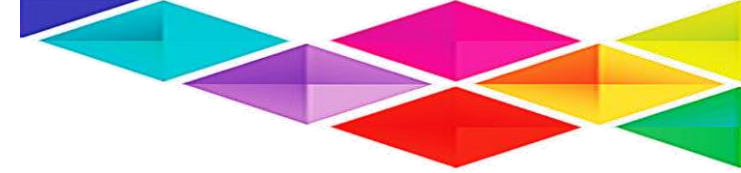
$$\text{โดย } h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(4)}{2(-1)} = 2$$

$$\text{และ } k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-1)(1.5) - (4)^2}{4(-1)} = \frac{22}{4} = 5.5$$

จะได้จุดยอด คือ จุด $(2, 5.5)$

นั่นคือเมื่อเวลา 2 วินาที แอปเปิลขึ้นไปสูงที่สุด คือ 5.5 เมตร





ถ้าน้องชายของนนรับแอปเปิลไม่ได้แอปเปิลจะหล่นบนพื้นที่อยู่บนชั้นสอง
นั่นคือ แอปเปิลจะอยู่สูงจากพื้นชั้นหนึ่ง เท่ากับ 4.5 เมตร

จาก $h = 1.5 + 4t - t^2$ แทน $h = 4.5$

จะได้ $4.5 = 1.5 + 4t - t^2$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

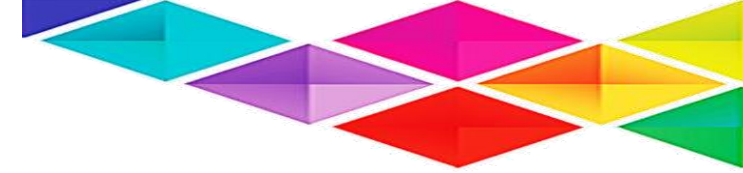
$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

$$t = 1 \text{ หรือ } 3$$

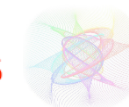
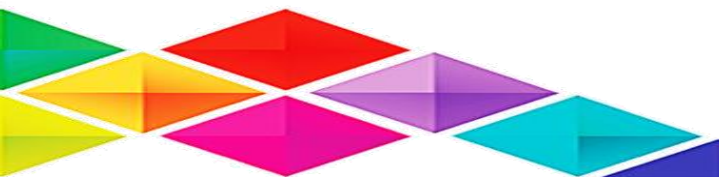
แต่น้องชายของนนรับแอปเปิลไม่ได้ หมายถึงได้ผ่านเวลาที่แอปเปิลขึ้นไปสูง
ที่สุดแล้ว หรือได้เวลาได้ผ่าน 2 วินาทีไปแล้ว

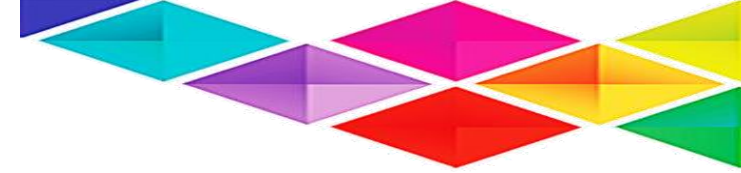
นั่นคือ แอปเปิลจะหล่นลงพื้นบนชั้นที่สองที่เวลา 3 วินาที



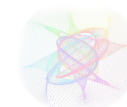
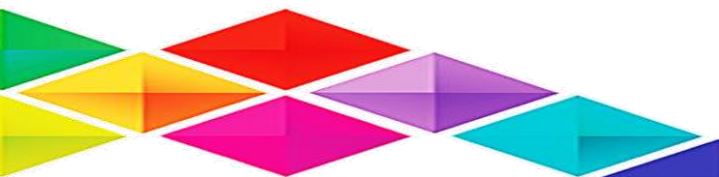


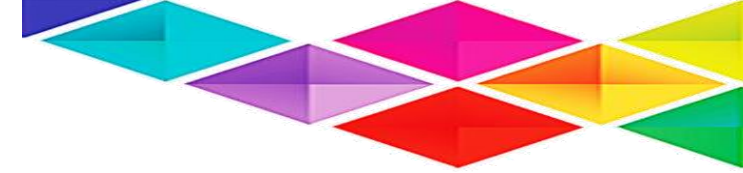
- ดังนั้น (1) น้องชายของนนจะได้รับแอปเปิลเมื่อเวลา 2 วินาที และอยู่สูงจากพื้น 5.5 เมตร
- (2) ถ้าน้องชายของนนรับแอปเปิลไม่ได้แอปเปิลจะหล่นบนพื้นที่อยู่บนชั้นสอง เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที



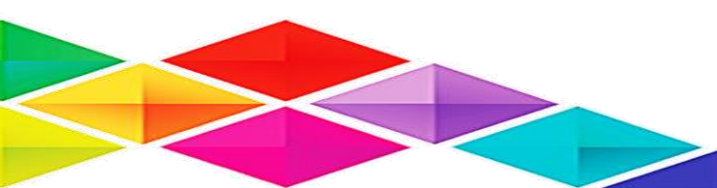


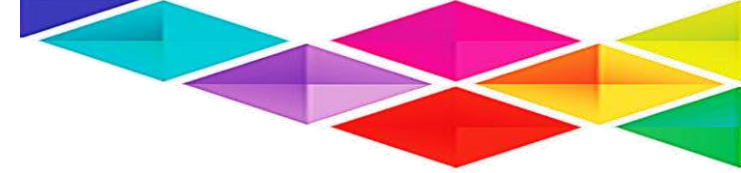
“สะพานเกตส์เฮดมิลเลนเนียม” (Gateshead Millennium Bridge) เป็นสะพานอเนกประสงค์ทอดข้ามผ่านแม่น้ำไทน์ในอังกฤษ เชื่อมต่อระหว่าง Gateshead's Quays ทางทิศใต้ และ Quayside of Newcastle ทางทิศเหนือ สะพานมีโครงสร้างเป็นเส้นโค้งสองเส้นที่อยู่ขนานกันเป็นเส้นโค้งพาราโบลา สะพานแห่งนี้มีจุดประสงค์เพื่อเป็นทางเท้าและเส้นทางจักรยานสำหรับให้ชาวเมืองข้ามผ่าน และสามารถหมุนเพื่อเปิดช่องให้เรือแล่นผ่านได้





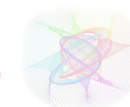
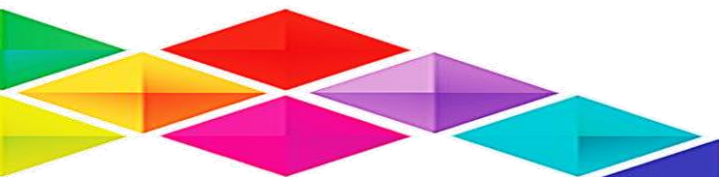
วิศวกรไทยคนหนึ่งต้องการสร้างสะพานข้ามแม่น้ำเจ้าพระยาเลียนแบบ “สะพานเกตส์เฮดมิลเลนเนียม” เพื่อเป็นสถานที่ท่องเที่ยวและจุดสนใจแห่งใหม่ของประเทศ โดยต้องการสร้างสะพาน ณ จุดที่แม่น้ำเจ้าพระยามีความกว้าง โดยประมาณเท่ากับ 60 เมตร และให้ส่วนโค้งของสะพานด้านบนในแนวตั้งตั้งฉากกับพื้นถนนที่เป็นสะพานและมีความสูงในแนวตั้งจากพื้นถนนขึ้นไปโดยประมาณเท่ากับ 36 เมตร ถ้าในการสร้างสะพานนี้วิศวกรต้องทำการขึงลวดสลิงเชื่อมระหว่างส่วนโค้งที่อยู่ด้านบนกับถนนรูปโค้งพาราโบลาเป็นเส้นขนานด้วยระยะห่างที่เท่ากันในแนวนอนทั้งหมดจำนวน 11 เส้น อยากทราบว่าลวดสลิงที่ขึงเชื่อมระหว่างส่วนโค้งและสะพานที่มีความยาวสั้นที่สุดควรมีความยาวโดยประมาณเท่ากับเท่าใด

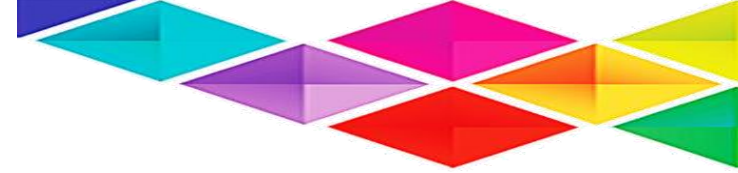




□ โจทย์ต้องการหาอะไรบ้าง

Ans ลวดสลิงที่ขึงเชื่อมระหว่างส่วนโค้งและสะพานที่มีความยาวสั้นที่สุด
ควรมีความยาวโดยประมาณเท่ากับเท่าใด

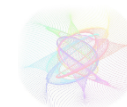


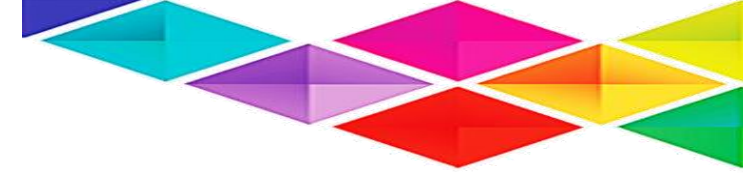


□ โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

Ans

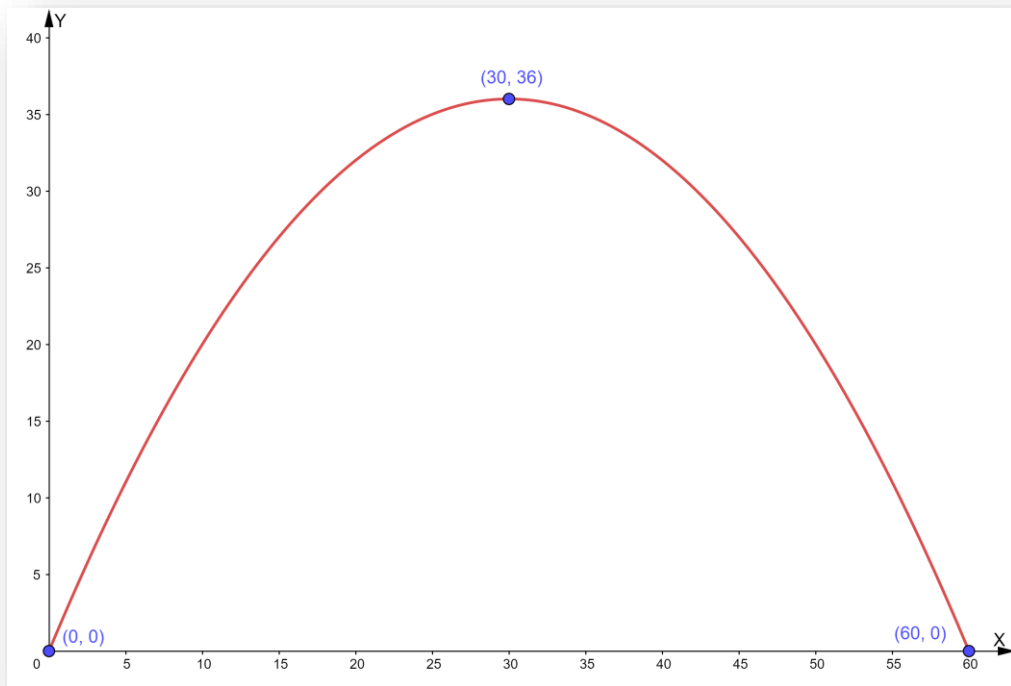
- (1) สะพานมีความกว้าง โดยประมาณเท่ากับ 60 เมตร
- (2) ให้ส่วนโค้งของสะพานด้านบนในแนวตั้งตั้งฉากกับพื้นถนนที่เป็นสะพานและมีความสูงในแนวตั้งจากพื้นถนนขึ้นไปโดยประมาณเท่ากับ 36 เมตร
- (3) ซึงลวดสลิงเชื่อมระหว่างส่วนโค้งที่อยู่ด้านบนกับถนนรูปโค้งพาราโบลาเป็นเส้นขนานด้วยระยะห่างที่เท่ากันในแนวนอนทั้งหมดจำนวน 11 เส้น





ให้ส่วนโค้งของสะพานแทนด้วยฟังก์ชันกำลังสองในรูป $y = a(x - h)^2 + k$

สร้างแบบจำลองที่ใช้ในการกำหนดเส้นโค้งฟังก์ชันกำลังสองที่เป็นส่วนประกอบของสะพาน



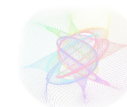
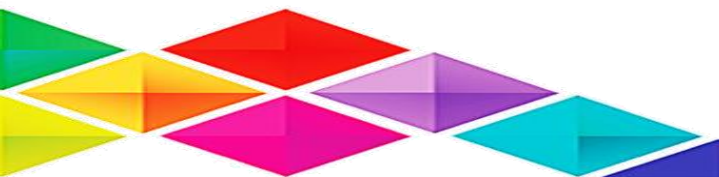
จากสะพานมีความกว้าง โดยประมาณเท่ากับ 60 เมตร และส่วนโค้งของสะพานด้านบนในแนวตั้งตั้งฉากกับพื้นถนนที่เป็นสะพานและมีความสูงในแนวตั้งจากพื้นถนนขึ้นไปโดยประมาณเท่ากับ 36 เมตร

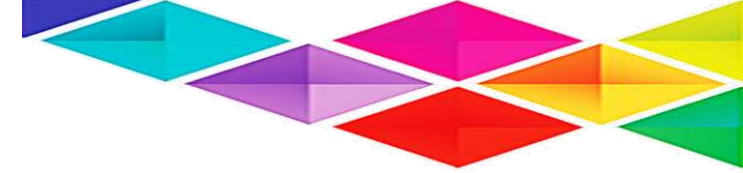
จะได้ $y = a(x - 30)^2 + 36$

แทนค่า $x = 0$ และ $y = 0$ เพื่อหาค่า a

จะได้ $0 = a(0 - 30)^2 + 36$

ดังนั้น $a = -\frac{36}{900} = -\frac{1}{25}$





ดังนั้นแบบจำลองที่ใช้ในการกำหนดเส้นโค้งฟังก์ชันกำลังสองที่เป็นส่วนประกอบของสะพาน

$$\text{คือ } y = -\frac{1}{25}(x - 30)^2 + 36$$

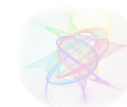
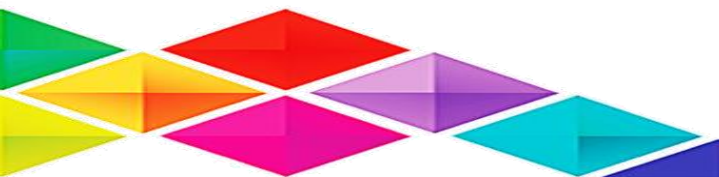
ซึ่งลวดสลิงเชื่อมระหว่างส่วนโค้งที่อยู่ด้านบนกับถนนรูปโค้งพาราโบลาเป็นเส้นขนานด้วยระยะห่างที่เท่ากันในแนวนอนทั้งหมดจำนวน 11 เส้น

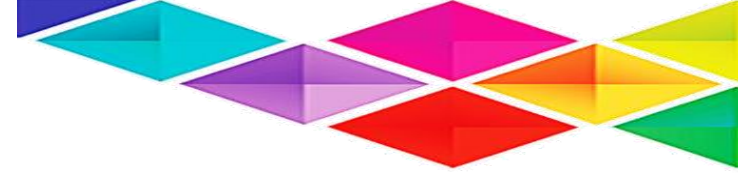
จะได้ว่า ต้องแบ่งช่วงที่มีระยะห่างเท่ากันออกเป็น 12 ช่วง

นั่นคือเส้นลวดที่สั้นที่สุดจะอยู่ห่างจากปลายสะพาน $\frac{60}{12} = 5$ เมตร

หาความสูงของส่วนโค้ง ณ จุดที่ $x = 5$ แทนค่า $x = 5$ ลงในสมการ $y = -\frac{1}{25}(x - 30)^2 + 36$

$$\text{จะได้ } y = (5 - 30)^2 + 36 = 11$$





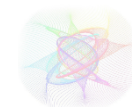
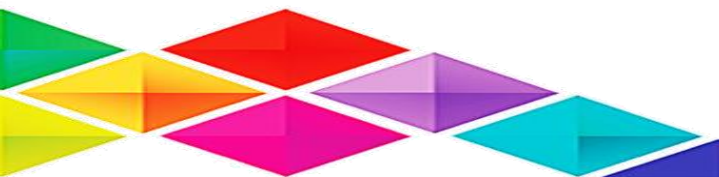
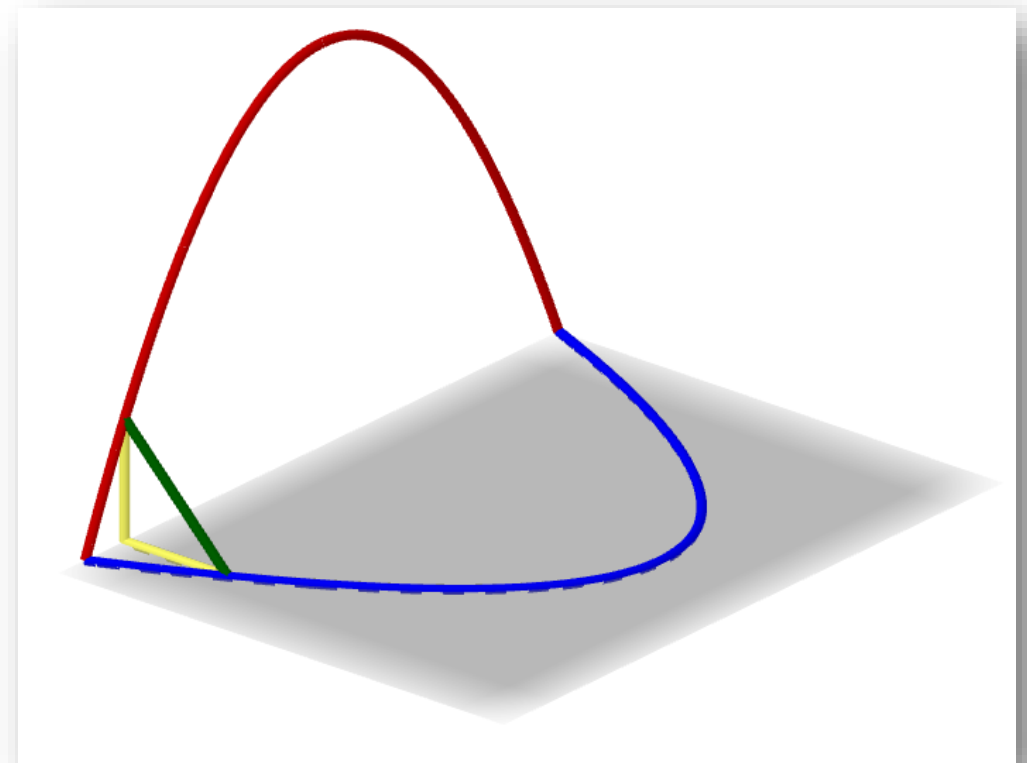
จากส่วนโค้งของสะพานด้านบนในแนวตั้งตั้งฉากกับพื้นถนนที่เป็นสะพาน
ให้ความยาวลวดที่สั้นที่สุดเท่ากับ d เมตร
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้

$$d^2 = 11^2 + 11^2$$

$$d = \sqrt{121 + 121}$$

$$d = 11\sqrt{2}$$

ดังนั้นความยาวลวดที่สั้นที่สุดคือ $11\sqrt{2}$ เมตร





*M*athematics *E*ducation KAMPHAENG PHET RAJABHAT UNIVERSITY

โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

